

# Monte Carlo Simulation

**Entwicklung eines Excel Modells zur Value at Risk  
Berechnung für Aktien**

**Michael Gutsche <[michael.gutsche@beggbone.net](mailto:michael.gutsche@beggbone.net)>  
Universität Kassel, 18/01/2010**



**U N I K A S S E L  
V E R S I T Ä T**



# Agenda

- **Value at Risk**
- **Monte Carlo**
- **Das mathematische Modell zu MC**
- **Simulation in Excel**
- **Diskussionsfragen**



# Kursverläufe

- **Echte Kursverläufe oder Simulierte?**





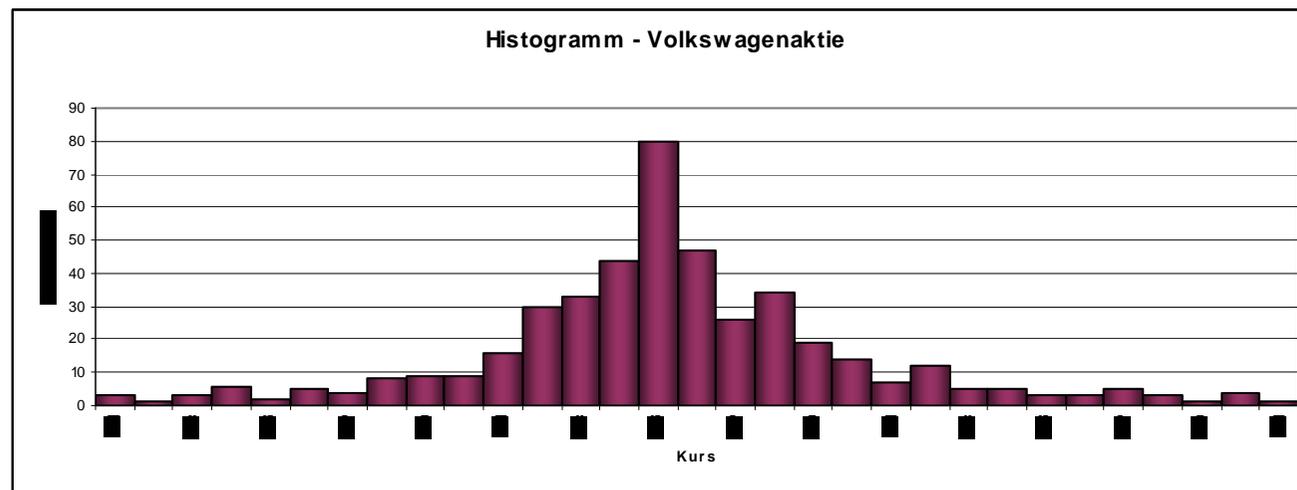
# Value at Risk

- **Value at Risk misst**
  - den am schlimmsten anzunehmenden Verlust
  - über eine bestimmte Zeit
  - unter normalen Marktbedingungen
  - für ein bestimmtes Vertrauenslevel
  
- *"Zu 99% werden wir in den nächsten 10 Tagen nicht mehr als 8 Millionen Euro verlieren."*



# Value at Risk (II)

- **Verfahren**
  - Historische Simulation
  - Varianz-Covarianz-Ansatz
  - Monte Carlo Simulation
- **Normalverteilung?**





# Monte Carlo Simulation

- **Verfahren aus der Stochastik**
  - Basis sind sehr häufig durchgeführte Zufallsexperimente
- **Kein Verfahren aus der Finanzwelt**
  - Untersuchung von Naturphänomenen wie Tornados oder Erdbeben
  - Berechnung von pi
  - ...



# VaR mittels MC Simulation

- **Annahme der statistischen Normalverteilung der zukünftigen Renditeentwicklung**
- **Einflussgrößen**
  - **Normalverteilte Zufallszahlen**
    - **Summe der Augenzahl zweier Würfel**
    - **„Summen von Zufallszahlen sind annähernd Normalverteilt“**
  - **Historische Volatilität**
    - **Gleitender Mittelwert**
    - **EWMA**
    - **...**
  - **Erwartete Rendite**
    - **Risikoloser Zinssatz**
    - **Risikoerwartung der Anleger**
    - **...**

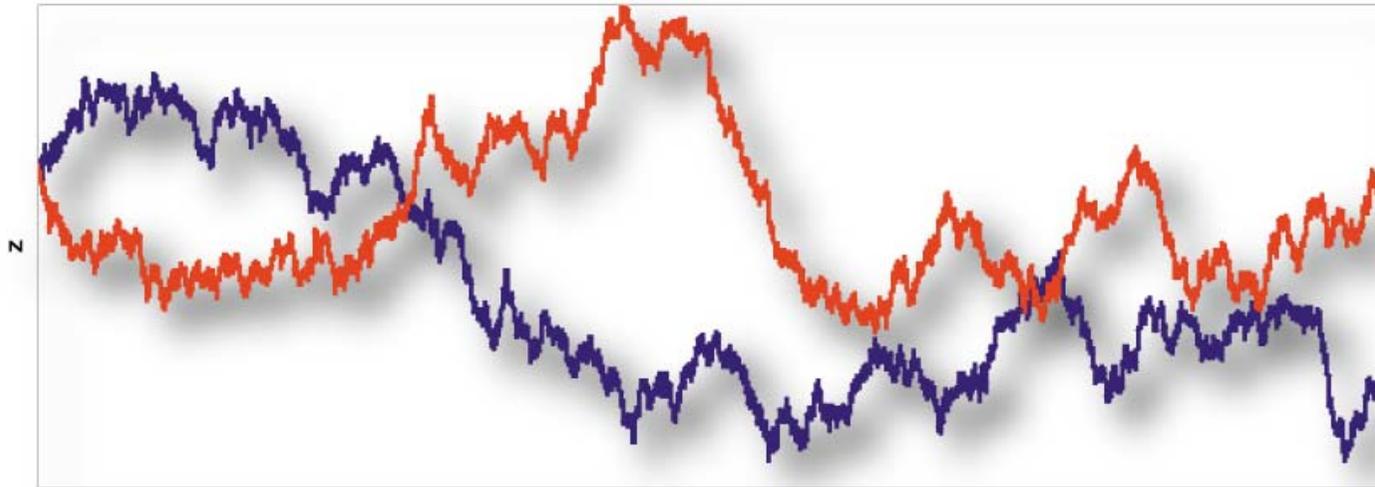


# Markov Prozess

- **Markov Prozess**
  - stochastischer Prozess
  - besitzt die Markov Eigenschaft
  - zukünftige Entwicklung nur von der Gegenwart abhängig
  - konsistent mit "Weak Form of Market Efficiency"
  
- Annahme ist, Aktienkurse folgen einem Markov Prozess

# Wiener Prozess

- Zwei unabhängige Wiener Prozesse
  - unabhängig von der Vergangenheit und voneinander
  - besitzt Markov Eigenschaft

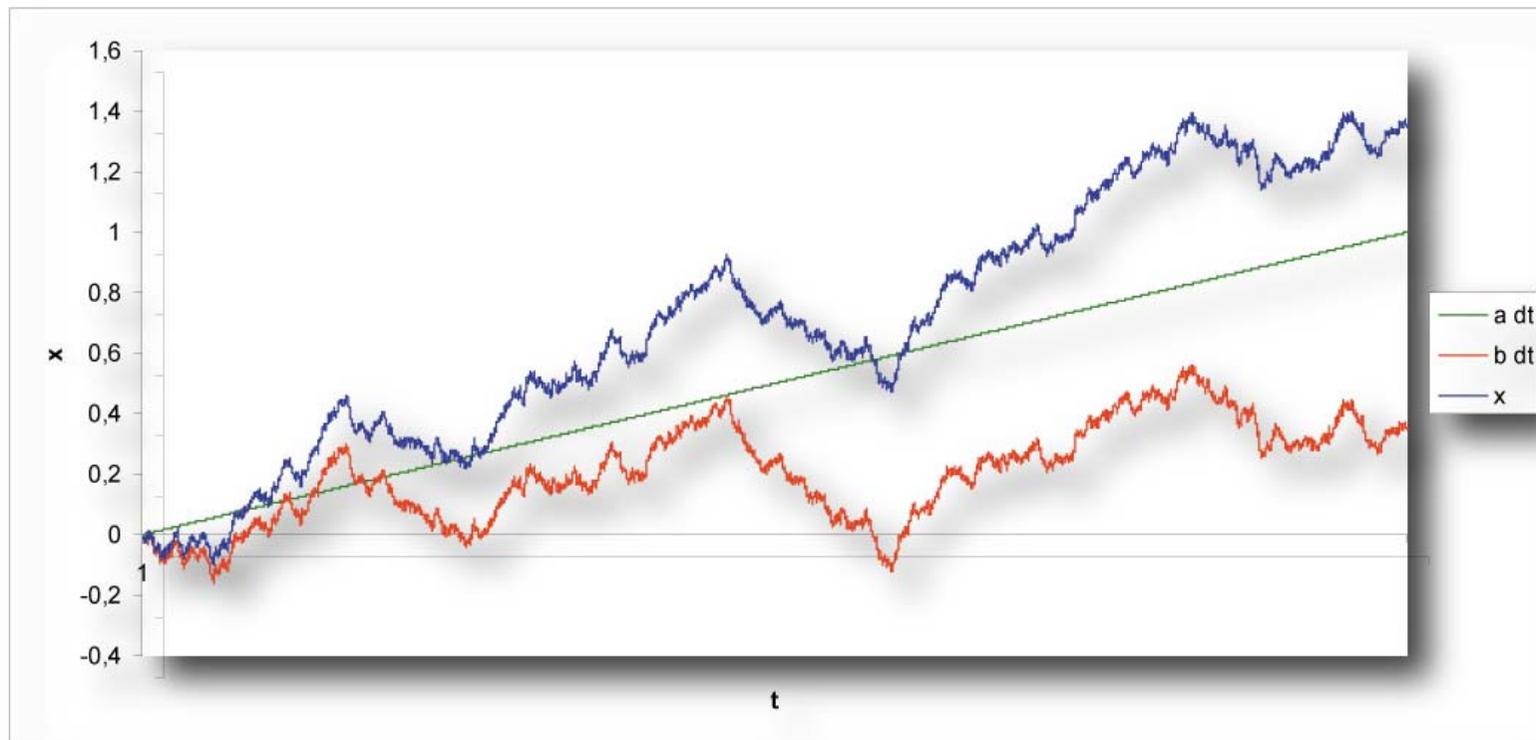


$$\Delta z = \varepsilon \sqrt{\Delta t}$$

Normalverteilte  
Zufallszahl

# Wiener Prozess

- Berücksichtigung einer erwarteten Rendite und Volatilität



Generalisierter Wiener Prozess mit  $a = 1$  und  $b = 0,5$

$$dx = a dt + b dz$$

# Aktienpreis Modell

- Erwartete Rendite ist unabhängig vom Aktienkurs
- Volatilität ebenfalls unabhängig vom Aktienkurs

Aktienpreis wird  
nicht berücksichtigt:

$$dx = a dt + b dz$$

$$a = \mu S$$

$$b = \sigma S$$

Fertiges Modell:  $dx = \mu S dt + \sigma S dz$

Steigung durch  
erwartete Rendite

Schwankung durch  
Volatilität



# Beispiel MC Simulation

- **Eingangsdaten**
  - Rendite = 15%
  - Volatilität = 30%
  - Zeitintervall = 1 Woche (0,0192)

$$dS = \mu S dt + \sigma S ds$$

$$\Delta S = 0,15 * 0,0192 * S + 0,3 * \varepsilon * \sqrt{0,0192} * S$$

- Aktienpreis 100, Zufallszahl 4.16, Neuer Preis = 102,45



# Excel Modell

- **VaR Berechnung im Excel Modell**
  - Erzeugung von mehreren Kursverläufen
  - sortieren der Endwerte dieser Kursverläufe vom Größten zum Kleinsten
  - bei 100 erzeugten Kursverläufen ist der zweitschlechteste der 99% VaR Wert
  
- **Normalverteilte Zufallszahlen in Excel**
  - Früher
    - Summe aus 12 mal „ZUFALLSZAHL()“ minus 6
  - Heute
    - `STANDARDNORMINV(ZUFALLSZAHL())`



# Beispiel am Excel Modell



# Warum VaR mittels MC?

- **Bei Aktien wird die Monte Carlo Simulation die gleichen Ergebnisse liefern wie der Varianz-Covarianz-Ansatz**
  - Beide nutzen den gleichen Ansatz der Normalverteilung der Renditeentwicklung
- **Der Vorteil der Monte Carlo Simulation liegt darin das Finanzprodukte bewertet werden können, deren Auszahlungsverhalten vom Pfadverlauf abhängig ist**
  - z.B.: Barrier-Options



# Fragen?

## Danke für Eure Aufmerksamkeit!



# Diskussionsfragen

- ***"an airbag that works all the time, except when you have a car accident."*** (David Einhorn)
- **Finanzkrise trotz VaR Modellen, was ist das Problem?**



# Diskussionsfragen

- **Aktienkurse wirklich Normalverteilt?**
  - Tail Loss / Heavy Tails
  - Black Swans
- **Kein blindes Vertrauen in VaR Modelle, sie sind nur Tools!**
  - Backtesting
  - Stresstesting
- **VaR Kontrolle und Reduzierung ist ein wesentlicher Punkt des Risikomanagement**
  - Was aber wenn der schlimmste Verlust trotzdem Eintritt?!