

Monte Carlo Simulation

**Entwicklung eines Excel Modells zur Value at Risk
Berechnung für Aktien**

**Michael Gutsche <michael.gutsche@beggbone.net>
Universität Kassel, 18/01/2010**



**U N I K A S S E L
V E R S I T Ä T**



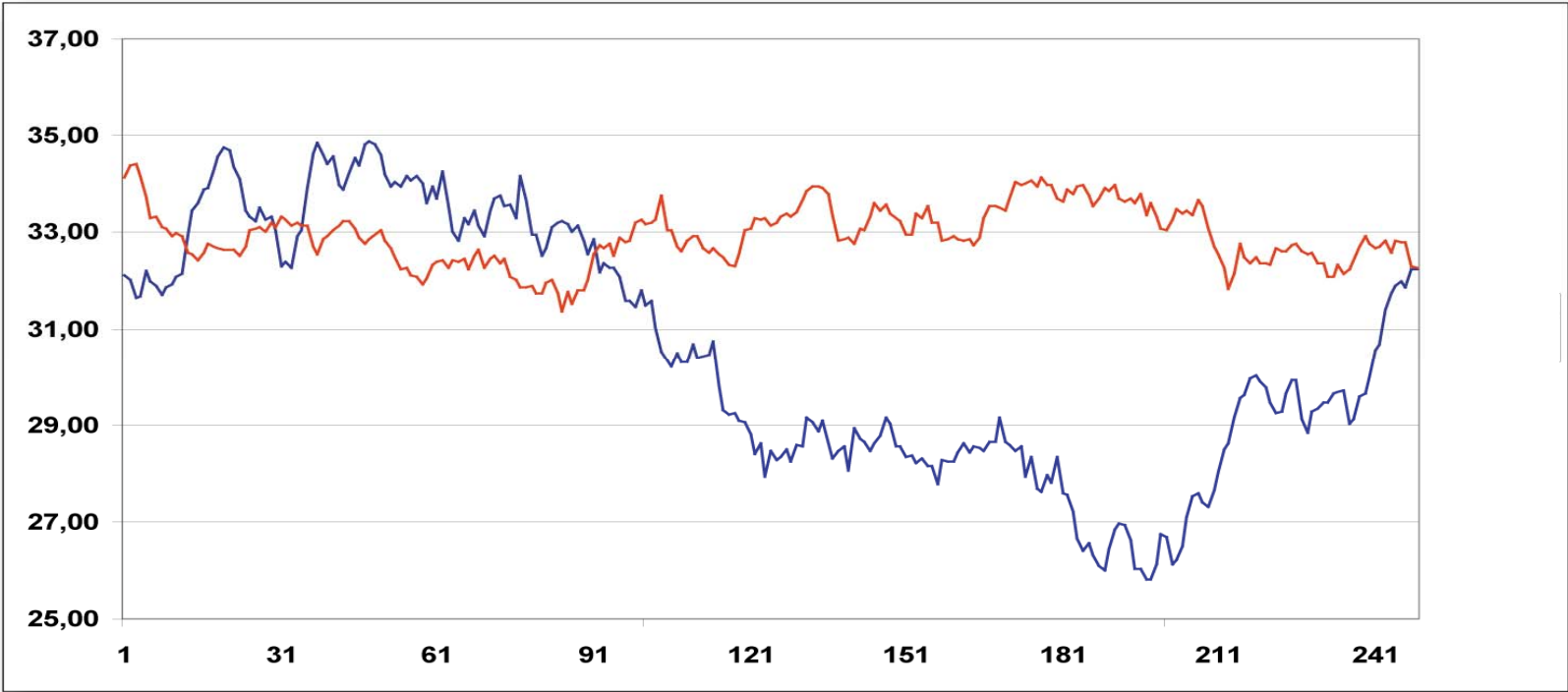
Agenda

- **Value at Risk**
- **Monte Carlo**
- **Das mathematische Modell zu MC**
- **Simulation in Excel**
- **Diskussionsfragen**



Kursverläufe

- **Echte Kursverläufe oder Simulierte?**





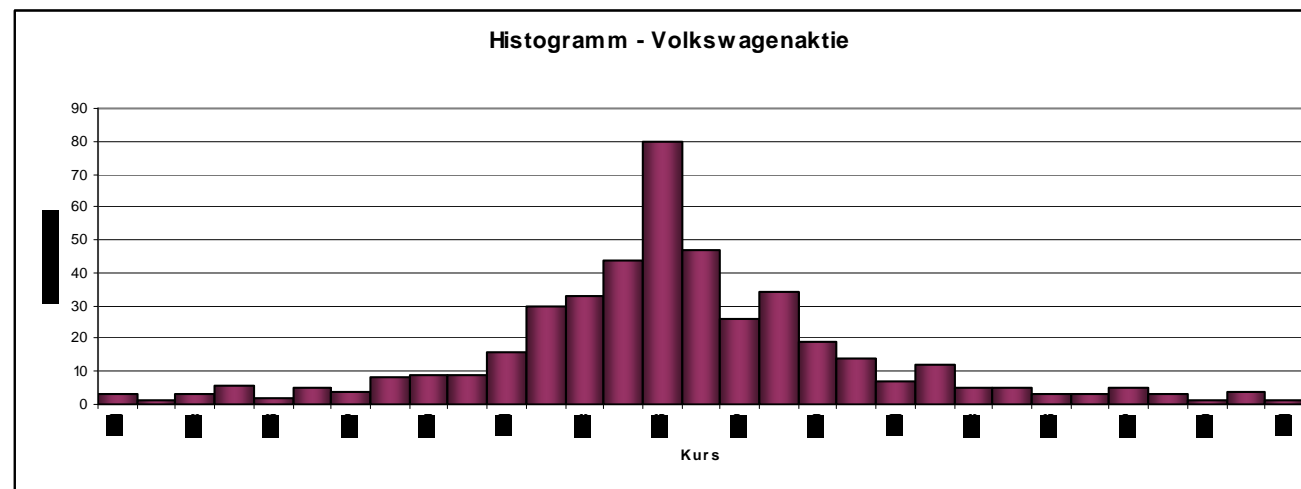
Value at Risk

- **Value at Risk misst**
 - den am schlimmsten anzunehmenden Verlust
 - über eine bestimmte Zeit
 - unter normalen Marktbedingungen
 - für ein bestimmtes Vertrauenslevel
- *"Zu 99% werden wir in den nächsten 10 Tagen nicht mehr als 8 Millionen Euro verlieren."*



Value at Risk (II)

- **Verfahren**
 - Historische Simulation
 - Varianz-Covarianz-Ansatz
 - Monte Carlo Simulation
- **Normalverteilung?**





Monte Carlo Simulation

- **Verfahren aus der Stochastik**
 - Basis sind sehr häufig durchgeführte Zufallsexperimente
- **Kein Verfahren aus der Finanzwelt**
 - Untersuchung von Naturphänomenen wie Tornados oder Erdbeben
 - Berechnung von π
 - ...



VaR mittels MC Simulation

- **Annahme der statistischen Normalverteilung der zukünftigen Renditeentwicklung**
- **Einflussgrößen**
 - **Normalverteilte Zufallszahlen**
 - **Summe der Augenzahl zweier Würfel**
 - **„Summen von Zufallszahlen sind annähernd Normalverteilt“**
 - **Historische Volatilität**
 - **Gleitender Mittelwert**
 - **EWMA**
 - **...**
 - **Erwartete Rendite**
 - **Risikoloser Zinssatz**
 - **Risikoerwartung der Anleger**
 - **...**

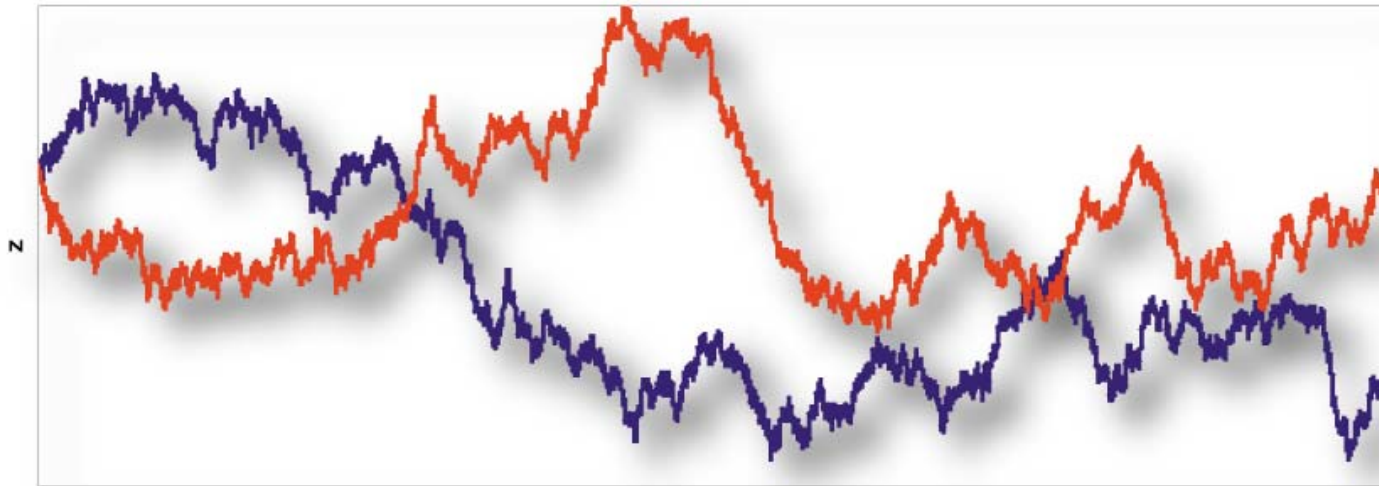


Markov Prozess

- **Markov Prozess**
 - stochastischer Prozess
 - besitzt die Markov Eigenschaft
 - zukünftige Entwicklung nur von der Gegenwart abhängig
 - konsistent mit "Weak Form of Market Efficiency"
- Annahme ist, Aktienkurse folgen einem Markov Prozess

Wiener Prozess

- Zwei unabhängige Wiener Prozesse
 - unabhängig von der Vergangenheit und voneinander
 - besitzt Markov Eigenschaft

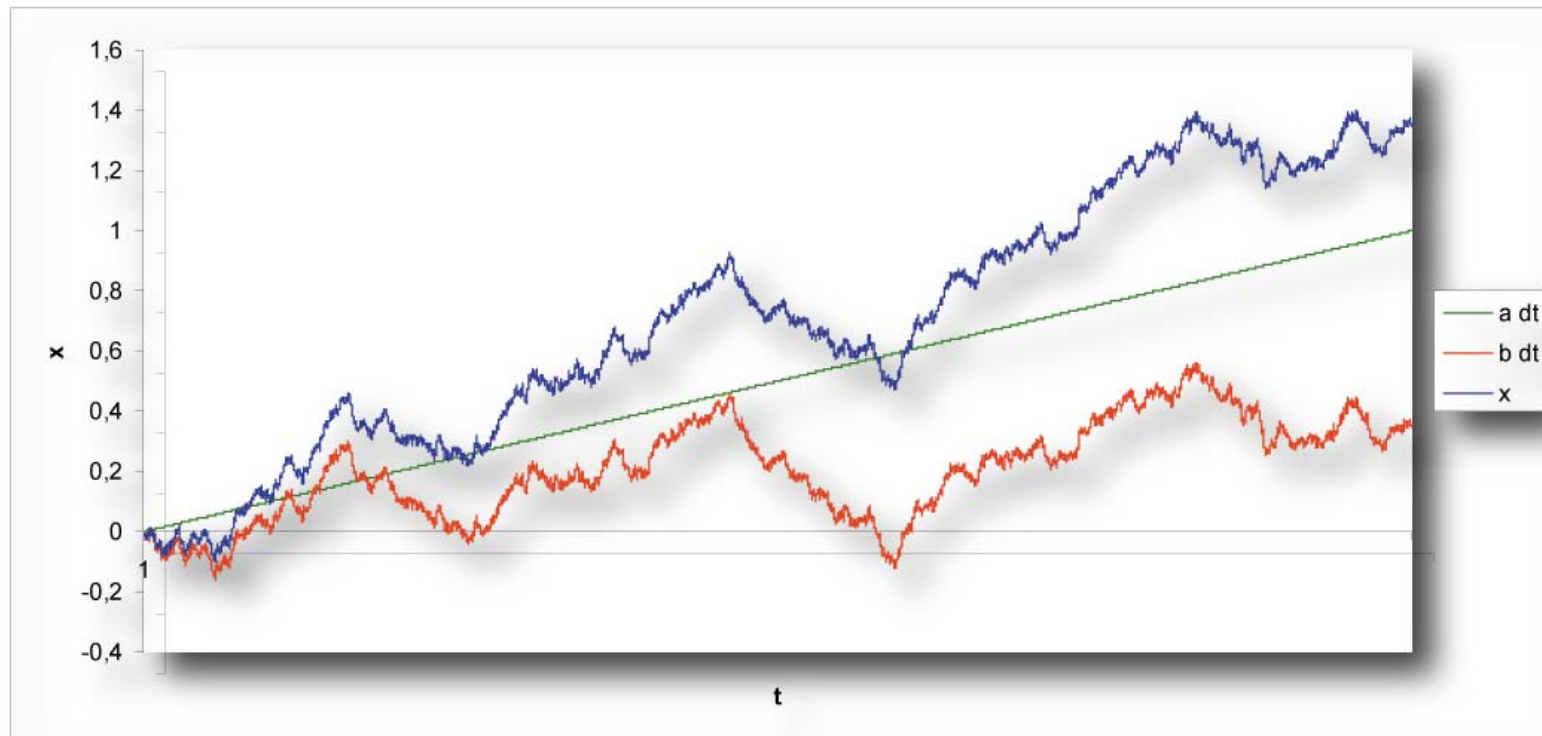


$$\Delta z = \varepsilon \sqrt{\Delta t}$$

Normalverteilte
Zufallszahl

Wiener Prozess

- Berücksichtigung einer erwarteten Rendite und Volatilität



Generalisierter Wiener Prozess mit $a = 1$ und $b = 0,5$

$$dx = a dt + b dz$$

Aktienpreis Modell

- Erwartete Rendite ist unabhängig vom Aktienkurs
- Volatilität ebenfalls unabhängig vom Aktienkurs

Aktienpreis wird
nicht berücksichtigt:

$$dx = a dt + b dz$$

$$a = \mu S$$

$$b = \sigma S$$

Fertiges Modell: $dx = \mu S dt + \sigma S dz$

Steigung durch
erwartete Rendite

Schwankung durch
Volatilität



Beispiel MC Simulation

- **Eingangsdaten**
 - Rendite = 15%
 - Volatilität = 30%
 - Zeitintervall = 1 Woche (0,0192)

$$dS = \mu S dt + \sigma S ds$$

$$\Delta S = 0,15 * 0,0192 * S + 0,3 * \varepsilon * \sqrt{0,0192} * S$$

- Aktienpreis 100, Zufallszahl 4.16, Neuer Preis = 102,45



Excel Modell

- **VaR Berechnung im Excel Modell**
 - Erzeugung von mehreren Kursverläufen
 - sortieren der Endwerte dieser Kursverläufe vom Größten zum Kleinsten
 - bei 100 erzeugten Kursverläufen ist der zweitschlechteste der 99% VaR Wert

- **Normalverteilte Zufallszahlen in Excel**
 - Früher
 - Summe aus 12 mal „ZUFALLSZAHL()“ minus 6
 - Heute
 - `STANDARDNORMINV(ZUFALLSZAHL())`



Beispiel am Excel Modell



Warum VaR mittels MC?

- **Bei Aktien wird die Monte Carlo Simulation die gleichen Ergebnisse liefern wie der Varianz-Covarianz-Ansatz**
 - Beide nutzen den gleichen Ansatz der Normalverteilung der Renditeentwicklung
- **Der Vorteil der Monte Carlo Simulation liegt darin das Finanzprodukte bewertet werden können, deren Auszahlungsverhalten vom Pfadverlauf abhängig ist**
 - z.B.: Barrier-Options



Fragen?

Danke für Eure Aufmerksamkeit!



Diskussionsfragen

- ***"an airbag that works all the time, except when you have a car accident."*** (David Einhorn)
- **Finanzkrise trotz VaR Modellen, was ist das Problem?**



Diskussionsfragen

- **Aktienkurse wirklich Normalverteilt?**
 - Tail Loss / Heavy Tails
 - Black Swans
- **Kein blindes Vertrauen in VaR Modelle, sie sind nur Tools!**
 - Backtesting
 - Stresstesting
- **VaR Kontrolle und Reduzierung ist ein wesentlicher Punkt des Risikomanagement**
 - Was aber wenn der schlimmste Verlust trotzdem Eintritt?!