UNI KASSEL VERSITÄT

Institut für Betriebswirtschaftslehre
Fachgebiet Finanzierung, Banken, Versicherungen

- Seminararbeit -

Entwicklung eines Excel Modells zur Value at Risk Berechnung für Aktien

Aufstellung des Modells in Excel sowie Darstellung der Methodik und Software mit besonderen Schwerpunkt auf Monte Carlo Simulationen

Gesamtbanksteuerung, WS 2009

Lehrveranstaltungsleiter: Herr Dr. Klaus Lukas
Betreuer: Herr Dr. Bernd Walter

Name: Michael Gutsche
E-Mail: michael.gutsche@beggbone.net
Studiengang: Wirtschaftsingenieurwesen Fachrichtung Elektrotechnik
8. Semester, Matrikelnummer: 25223545

Abgabeort und –datum: Kassel, 08.02.2010

Gliederung

Abkürzungsverzeichnis

AG	Aktiengesellschaft
bzw.	beziehungsweise
DTAG	Deutsche Telekom Aktiengesellschaft
EWMA	Exponentially Weighted Moving Average
F&E	Forschung und Entwicklung
MC	Monte Carlo
SMA	Simple Moving Average
SP	Spot Price
usw.	und so weiter
VaR	Value at Risk
VCA	Varianz Covarianz Ansatz
VW	Volkswagen
Xetra	Electronic Trading – Handelssystem der Deutschen Börse AG
z.B.	zum Beispiel

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Formelverzeichnis

1 Einleitung

Lehman Brothers, AIG, weit über hundert insolvente Banken auf der ständig wachsenden „Failed Bank List“[1] der amerikanischen Federal Deposit Insurance Corporation. Viele der Welt größten Banken die in letzter Zeit Milliarden abschreiben mussten. Der Hauptgrund ist oftmals die ungenügende Überwachung von Marktrisiken durch das Senior Management.[2] Das Ziel muss es daher sein das eigene Risiko, genauer gesagt die Bewertung der Möglichkeit eines Abweichens vom zukünftig erwarteten Ergebnis, zu verbessern. Ein Verfahren was oftmals zur Risikoberechnung eingesetzt ist VaR (Value at Risk).

VaR gibt ein Risikolevel eines bestimmten Risikos, welches auf ein Finanzunternehmen wirkt. Im Allgemeinen wirken auf diese Unternehmen unterschiedlichste Arten von Risiken ein, welche sich in die Risikogruppen

- Marktpreisrisiko
- Adressrisiken / Kreditausfallrisiko
- Operationelle Risiken
- Liquiditätsrisiko
- sowie die sonstigen Risiken.

unterteilen lassen.[3] VaR-Modelle wurden ursprünglich zur Messung von Marktpreisrisiken entwickelt und haben für diesen Zweck als Marktpreisrisikomodelle eine weite Verbreitung gefunden.

Definiert wurde das Marktpreisrisiko vom Baseler Ausschuss für Bankenaufsicht wie folgt: „Das Marktrisiko ist das aktuelle oder zukünftige Risiko für Einnahmen und Kapital, das aus nachteiligen Bewegungen von Aktienkursen, Wertpapierkursen, Rohstoffpreisen und Devisenkursen im Handelsbuch resultiert. […]“[4]

Das Marktpreisrisiko selber lässt sich daher weiter untergliedern in die Kategorien:

[1] Vgl. FDIC [Failed Banks 2009]
[2] Vgl. Jorion [VaR Controlling Market Risk 1997], S. xiii
[3] Vgl. Lukas/Walter [Risikotragfähigkeit 2009], S. 12 ff.
[4] Lukas/Walter [Risikotragfähigkeit 2009], S. 17

- Zinsänderungsrisiken
- Aktienkursrisiken
- Währungsrisiken
- Optionsrisiken
- Immobilien
- Rohstoffrisiken

Ziel dieser Arbeit wird die Erläuterung von VaR Verfahren sein, die sich für die Überwachung von Aktienpreisrisiken etabliert haben, wobei insbesondere auf die VaR Berechnung mittels MC (Monte Carlo) Simulation eingegangen wird.

„Zu 99% werden wir in den nächsten 10 Tagen nicht mehr als 8 Millionen Euro verlieren."

Wird im Internet nach dem Begriff VaR gesucht, wird man definitiv auf eine Aussage dieser Art treffen. Ziel soll es sein, zu verstehen wie diese Aussagen hergeleitet werden und wie diese Aussagen selber festgelegt werden können. Der Schwerpunkt wird auf die VaR Berechnung mittels MC Simulation gelegt. MC Simulationen wurden in der Finanzwelt eingeführt um komplexe Derivate berechnen zu können[5], lassen sich aber in Verbindung mit VaR ebenso gut für die Berechnung von Risikoverteilungen verwenden.

Die Arbeit untergliedert sich im Wesentlichen in drei Teile. Im ersten Teil der Arbeit werden die unterschiedlichen VaR Verfahren, sowie das mathematische Model für die MC Simulation vorgestellt. Im zweiten Teil werden die Faktoren die für eine saubere Simulation des VaR, die insbesondere bei der Verwendung der MC Simulation nötig sind, erläutert und deren Berechnung gezeigt. Im dritten Teil wird die VaR Berechnung mittels MC Simulation in Excel gezeigt und im Abschluss die in dieser Arbeit vorgestellten Verfahren für die VaR Berechnung verglichen.

[5] Vgl. Jorion [VaR Controlling Market Risk 1997], S.231

2 Value at Risk

Der VaR ist eine Methode zur Risikoberechnung, welche auf einer statistischen Verteilung z.B. der Verteilung der Renditen einer Aktie beruht.[6] Genauer gesagt, misst der VaR den am schlimmsten anzunehmenden Verlust über eine bestimmte Zeit unter normalen Marktbedingungen für ein bestimmtes Vertrauenslevel. Der VaR vereinigt alle einzelnen Risiken eines Portfolios in einer einzigen Zahl bzw. Aussage. Zum Beispiel kann eine Bank sagen, dass ihr VaR in ihrem Trading Portfolio 35 Millionen Euro bei einem Vertrauenslevel von 99% ist. Dies heißt nichts anders, als dass unter normalen Marktbedingungen das Risiko, ein Verlust größer als 35 Millionen Euro zu haben, 1 zu 100 ist.[7] Diese Zahl vereinigt die Annahme der Bank zum Marktrisiko und der Wahrscheinlichkeit einer negativen Aktienkursbewegung. Shareholder und Manager können daraufhin entscheiden, ob sie sich mit dem Level von Risiko und evtl. Verlusten wohl fühlen.[8]

VaR Messungen finden in vielen Bereichen Anwendung wie unter anderem dem Risikomanagement um z.B. die Performance der Risikobereitschaft oder gesetzliche Vorschriften zu bewerten. Ebenso führte auch der Baseler Ausschuss zur Bankenaufsicht ein Model ein, mit dem Kapitalrücklagen auf Basis von VaR berechnet werden können.[9] Eine saubere Bewertung dieser Rücklagen ist von außerordentlicher Wichtigkeit. Nicht korrekt bestimmte Risiken können zu suboptimaler Kapitalallokation führen welche zu einer unzureichenden Profitabilität des Unternehmens führt oder die finanzielle Stabilität stark beeinträchtigt.[10]

Der VaR deckt weitere Bereiche ab, wie unter anderem auch das Informations-Reporting. Er kann daher benutzt werden um das Senior Management über die Risiken von Trading und Investments zu benachrichtigen. VaR kommuniziert ebenfalls das Risiko eines Unternehmens zu ihren Stakeholdern und dies in einer nicht technischen Sprache, denn VaR misst Risiko mit einer Einheit, die bei einem Finanzinstitut in jedem Bereich benutzt wird: In Euro bzw. der jeweiligen Währung. Auch die

[6] Vgl. Jorion [VaR Controlling Market Risk 1997], S.88 ff.
[7] Vgl. Jorion [VaR Controlling Market Risk 1997], S.xii
[8] Vgl.: Bruderer/ Hummler [VaR Vermögensverwaltungsgeschäft 1997], S.59 ff.
[9] Vgl. Basle [Internal Model 1995]
[10] Vgl. Manganelli/ Engle [VaR Finance 2001], S.6

Ressourcenverteilung kann durch VaR geschehen, um Tradern Limite mitzuteilen und zu entscheiden, wohin Kapital Ressourcen fließen sollen.[11]

Zur Bestimmung des VaR gibt es unterschiedliche Vorgehensweisen, wobei sich die drei Modelle

- Historische Simulation,
- Varianz-Covarianz-Ansatz und
- Rechnersimulation / Monte Carlo Simulation

etabliert haben, welche im Weiteren erläutert werden.

2.1 Historische Simulation

Die Historische Simulation ist eine populäre Art um VaR zu bestimmen. Sie beruht darauf, Daten aus der Vergangenheit zu benutzen um einen Anhaltspunkt zu haben, was in der Zukunft passieren könnte. Angenommen der VaR für einen Zeithorizont von einem Tag, bei einem Vertrauenslevel von 99%, soll aus den letzten 501 Trading Tagen berechnet werden. Als ersten Schritt müssen alle Marktvariablen identifiziert werden, die das Portfolio beeinflussen. Dies sind typischer Weise Wechselkurse, Zinsen und so weiter. Nun müssen die Daten aus den Bewegungen dieser Marktvariablen über die letzten 501 Tage gesammelt werden. Dies liefert 500 alternative Szenarien für was zwischen Heute und Morgen passieren könnte. Szenario 1 ist die prozentuale Änderung zwischen aller Variablen zwischen Tag 0 und Tag 1, Szenario 2 ist die prozentuale Änderung zwischen Tag 1 und Tag 2 usw. Für jedes Szenario wird dann die Änderung des Euro bzw. Währungswertes festgestellt, indem die errechnete Prozentzahl mal den aktuellen Kurs der Aktie multipliziert wird. Dies liefert eine Wahrscheinlichkeitsverteilung der täglichen Wertänderungen des Portfolios. Das fünft schlechteste Ergebnis (500 * 99% = 5) aus den täglichen Veränderungen ist unser 99% Wert, genauer gesagt dieser Wert ist unser VaR. Angenommen die letzten 501 Tage sind ein guter Anhaltspunkt was während des nächsten Tages passieren könnte, ist die Unternehmung zu 99% sicher, dass sie keinen Verlust größer als ihr berechnetes VaR erleidet.

[11] Vgl. Jorion [VaR Controlling Market Risk 1997], S. xiii

Normalerweise beeinflussen mehrere Variablen ein Portfolio. Am Beispiel der Volkswagenaktie soll der 99% historische VaR auf Basis der letzten 501 Tage ermittelt werden, wobei als Markvariable nur die Änderung des Aktienkurses selbst betrachten wird.

Date	Close	Delta %	Future SP
02.11.09	165,00		
30.10.09	168,00	-1,79%	162,05
29.10.09	168,50	-0,30%	164,51
28.10.09	168,10	0,24%	165,39
27.10.09	170,50	-1,41%	162,68
26.10.09	172,50	-1,16%	163,09
23.10.09	180,30	-4,33%	157,86
22.10.09	173,00	4,22%	171,96
21.10.09	177,20	-2,37%	161,09
20.10.09	180,00	-1,56%	162,43
09.10.09	171,80	2,21%	168,65
08.10.09	172,20	-0,23%	164,62
…	…	…	…
09.11.07	293,5	-1,19%	163,03

Tabelle 1: Historische Simulation

„Close" gibt den Schlusspreis beim Schluss der Börse zum jeweiligen Datum an. „Delta %" bezeichnet die prozentuale Veränderung zum Vortag und „Future SP" ist die berechnete prozentuale Änderung zwischen zwei Tagen multipliziert mit dem aktuellen Aktienkurs vom 02.11.09.

Interessant dabei ist aber die Verteilung der zukünftigen Aktienpreise. Werden Preisklassen von 151 bis 181 Euro gebildet und gezählt wie oft ein Preis in einer dieser Preisklassen gelandet ist, bildet sich folgende Verteilung.

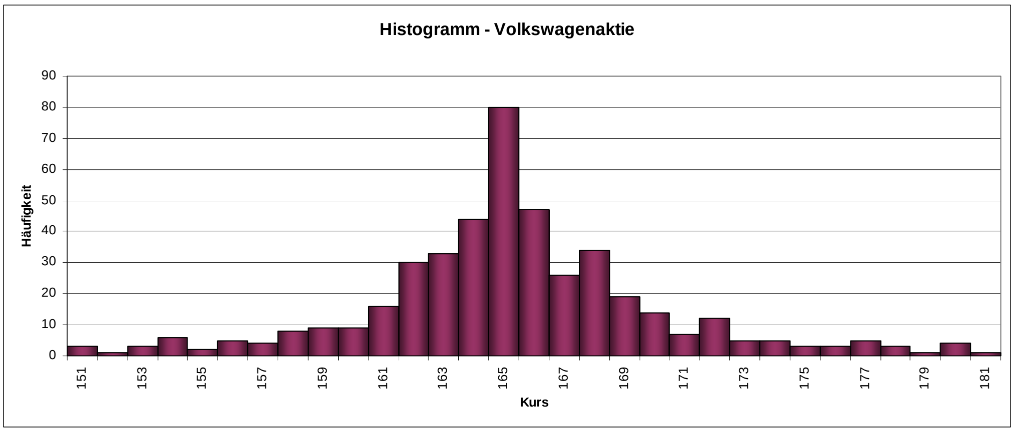


Abbildung 1: Histogramm der Volkswagenaktie

Wie sich aus der Grafik ableiten lässt, lag der zukünftige Preis 80 mal zwischen 165,00 und 165,99 Euro. Es lässt sich eine gewisse Verteilung der zukünftigen Kursentwicklung erkennen, wobei hier der grundlegende Unterschied der Historischen Simulation zum VCA bzw. MC Ansatz zu erkennen ist. Gehen VCA und MC Ansatz von einer normalverteilten Renditeentwicklung aus, ist hier klar zu erkennen, dass das Histogramm zwar einer Normalverteilung ähnelt, dennoch keine Normalverteilung darstellt.

Wird jetzt aus allen möglichen Aktienpreisen der Volkswagenaktie der fünft schlechteste Wert herausgesucht, erhält man 129,07 Euro. Basierend auf der historischen Simulation kann also gesagt werden, dass am 03.11.2009 der Wert der Aktie zu 99% über 129,07 Euro liegt bzw. in anderen Worten, dass ein Kurs von niedriger als 129,07 Euro mit einer Wahrscheinlich von ein Prozent eintritt.

2.2 Varianz-Covarianz-Ansatz

Der Begriff VCA (Varianz-Covarianz-Ansatz) wird häufig synonym mit der korrekteren Bezeichnung "Delta-Normal-Ansatz" verwendet und entspricht dem ursprünglichen VaR-Modell von J. P. Morgan.[12]

Es gibt verschiedene Möglichkeiten VaR über den VCA zu berechnen sowie Unterscheidungen zwischen einem, zwei bzw. mehreren Asset Cases. Die grundsätzliche Annahme beim VCA ist die normalverteilte Änderung der Risikofaktoren.[13]

2.2.1 Single-Asset Case

Angenommen ein Portfolio bestehend aus 1000 Volkswagenaktien bei aktuellem Kurs zu 165,00 Euro und es soll der 99% VaR des nächsten Tages festgestellt werden. Die Schwankung bzw. Standardabweichung der VW Aktie wird mit 2 % pro Tag angenommen. Es wird daher davon ausgegangen, dass die VW Aktie um 2% steigen bzw. fallen wird. Der Wert des Portfolios beträgt 165 000 Euro und wird von der

[12] Vgl. Manganelli/ Engle [VaR Finance 2001], S. 7 ff,
[13] Vgl. Hull [Options, Futures, Derivatives 2009], S. 446 ff.

angenommen Schwankung von 2% ausgegangen, ist die Standardabweichung des Portfolios 165.000 Euro* 0,02 = 3300 Euro.

Angenommen wird weiterhin, dass die Änderungen normalverteilt sind. Aus der Tabelle der Standardnormalverteilung aus dem Anhang lässt sich ablesen, dass ein 99% Vertrauenslevel bei N(-2.33) = 0 liegt. Dies bedeutet, es gibt eine Wahrscheinlichkeit von 1%, dass eine normalverteilte Variable mehr als 2,33 ansteigen wird. Anders formuliert kann man sagen, dass die Variable zu 99% nicht mehr als das 2,33 fache ansteigen wird.

Bezogen auf das Portfolio beutet dies:

$$\boxed{\boldsymbol{VaR_{(99)} = 2{,}33 * 3300 = 7689}}$$

Es lässt sicher daher zu 99% sagen, dass der Wert des Portfolios morgen weniger als 7689 Euro verlieren wird. Umgerechnet auf eine einzelne Aktie bedeutet dies, dass zu 99% der Kurs morgen über 157,31 Euro sein wird.

2.2.2 Two-Asset Case

Korrelationen müssen bei der Berechnung mehrerer unterschiedlicher Finanzprodukte beachtet werden. Da der Hauptaugenmerk dieser Arbeit nur auf dem VaR eines Produktes liegt, wird im folgend nur beispielhaft die Anwendung für einen Two-Asset-Case mittels VCA erläutert.

Bei einem Portfolio mit zwei unterschiedlichen Aktien muss die Korrelation dieser beiden Aktien zueinander festgestellt werden. Korrelation bedeutet, wie weit die Kurssteigerung bzw. der Kursfall einer Aktie, sich auf eine zweite Aktie auswirkt. Fällt Aktie X um 5% ab, heißt dies nicht, dass auch Aktie Y um 5% fallen muss. Aktie Y könnte unbeeinflusst von Veränderungen der Aktie X sein oder bei einer negativen Korrelation im extremen Fall um 5% steigen.[14]

Die Korrelation zweier Aktien lässt sich über die Betrachtung der historischen Entwicklung beider Pfadverläufe ermitteln, um festzustellen, wie stark die Entwicklung

[14] Vgl. Bruns / Meyer-Bullerdiek [Portfoliomanagement 2008], S. 57 ff.

von Aktie X von Aktie Y abhängig ist bzw. umgekehrt. Generell werden zwei Aktien aus derselben Sparte wie z.B. der Energieversorgung stärker miteinander korrelieren als eine Aktie eines Energieversorgers mit einer Aktie eines F&E Unternehmens.

Zusätzlich zur Volatilität σ_x von Aktie X und σ_y von Y muss daher noch die Korrelation ρ von Aktie X zur Aktie Y bei einem Two-Asset Case bekannt sein.

Allgemein lautet die Formel:

$$\boxed{\sigma_{(x+y)} = \sqrt{\sigma_x + \sigma_y + 2\rho\sigma_x\sigma_y}}$$

Formel 1: Varianz Covarianz Two-Asset-Case

2.3 Rechner Simulation

Dank der gestiegenen Rechenleistung moderner Rechner ist die VaR-Berechnung mittels MC-Verfahren eine interessant Alternative, da diese weitaus flexibler ist und u.a. auch die VaR Berechnung von nicht linearen Finanzprodukten wie z.B. Pfad abhängigen Optionen ermöglicht.[15] Die MC Simulation liefert simulierte, normalverteilte Aktienkurse, aus denen sich wiederum ein 95% bzw. 99% Kurs ableiten lässt, der den gesuchten VaR darstellt.

Bevor die VaR Berechnung mittels MC Simulation erklärt wird, muss hierfür das mathematische Model der MC Simulation verstanden werden, welches in den folgenden Abschnitten erklärt wird.

3 Monte Carlo Simulation

MC-Simulation ist ein Verfahren aus der Stochastik, bei dem sehr häufig durchgeführte Zufallsexperimente die Basis darstellen. Es wird aufgrund der Ergebnisse versucht, mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitstheorie analytisch nicht oder nur aufwendig lösbare Probleme im mathematischen Kontext zu lösen.

Die MC Simulation ist kein Verfahren aus der Finanzwelt, als Beispiel daher einige Anwendungsmöglichkeiten:

[15] Vgl. Jorion [VaR Controlling Market Risk 1997], S.231

- Numerische Probleme wie die Berechnung bestimmter Integrale
- Untersuchung von Naturphänomenen wie Tornados oder Erdbeben[16]
- Entscheidungsfindung durch Simulation
- Risikobewertung von Finanzinstrumenten[17]
- Berechnung von Pi[18]

MC Simulationen sind sehr flexibel und anpassungsfähig, weswegen sie auch oft zur VaR Berechnung eingesetzt werden.

3.1 Markov Property

Ein stochastischer Prozess hat die Markov Eigenschaft, wenn die zukünftige Entwicklung nur von der Gegenwart abhängig ist und nicht von der Vergangenheit. Ebenfalls irrelevant ist auch die Art des Zustandekommens des Gegenwartszustandes. Ein Prozess der diese Eigenschaften besitzt, wird Markov Prozess genannt.[19]

Im Allgemeinen wird angenommen, dass Aktienkurse einem Markov Prozess folgen, wobei gesagt werden muss, dass diese Annahme bei dem vorhanden sein von asymmetrischer Informationsverteilung bzw. „adverse selection" in bestimmten Fällen widerlegt werden kann.[20] Dennoch erweist sich diese Annahme unter Normalbedingungen des Marktes als richtig.[21]

Angenommen eine Aktie hat einen Preis von $100 und das diese wie angenommen einen Markov Prozess folgt, sollten Annahmen über die Entwicklung der Aktie unabhängig vom Preis vor einem Tag, einem Monat bzw. eines Jahres sein. Annahmen über den zukünftigen Verlauf sind ungewiss und müssen mittels statischer Verteilung ausgedrückt werden.

Der Markov Prozess für Aktienpreise ist konsistent mit der „Weak Form of Market Efficiency", die besagt das alle früheren Preise im heutigen Aktienpreis enthalten sind und Vorraussagen durch Analyse des vorherigen Verlaufs nicht möglich sind.

[16] Vgl. Groh [MC Industriell 2007]
[17] Vgl. Lêger [MC Newbies 2006], S.3 ff.
[18] Vgl. Hull [Options, Futures, Derivatives 2009], S418
[19] Neftci [Mathematics Derivatives 2000], S. 108 ff.
[20] Vgl. Amaro / Fernandes [Markov Property o.D.], S. 15 ff.
[21] Vgl. Brealey [Risk and Return 1986], S. 19 ff.

Angenommen, es wäre dennoch möglich über den historischen Verlauf des Aktienkurses ein Pattern zu finden, welches zu 65% auf einen Anstieg des Kurses schließen lässt, würden alle Investoren sofort kaufen wollen, wodurch der Preis der Aktie sofort steigt und alle profitablen Handelsmöglichkeiten eliminiert werden.[22] Dies spricht für die Konsistenz der Markov Eigenschaft mit der „Weak Form of Market Efficiency".

3.2 Generalisierter Wiener Prozess

Der Wiener-Prozess, der in der Literatur auch Brownsche Bewegung genannt wird, ist ein weiteres grundlegendes Modell in der Theorie stochastischer Prozesse und zählt mit zur Familie der Markov Prozesse. Er besitzt einen Mittelwert von Null und eine Varianz von 1.0.

Eine Variable z folgt dem Wiener Prozess, wenn sie die folgenden zwei Eigenschaften besitzt:

1) Die Veränderung Δz während einer kurzen Zeiteinheit Δt ist:

$$\boxed{\Delta z = \varepsilon\sqrt{\Delta t}}$$

Formel 2: Wiener Prozess

wobei ϵ eine Standard Normalverteilung von $\Phi(0,1)$ besitzt.

2) Die Werte von Δz, für jegliche aufeinanderfolgenden Zeitintervalle Δt, sind unabhängig (Daher folgt ein Wiener Prozess einem Markov Prozess).

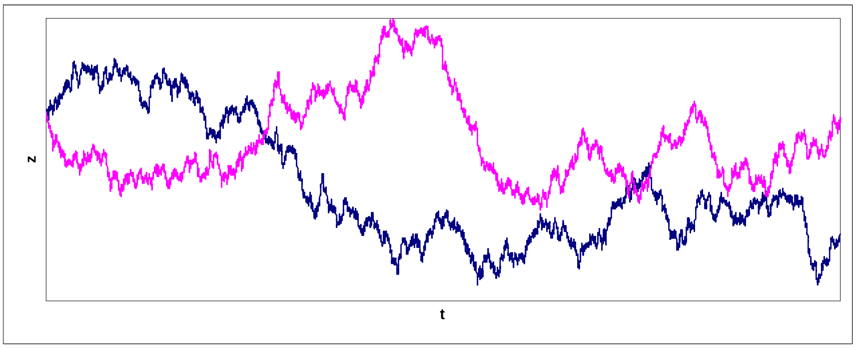


Abbildung 2: Verlauf zweier Wiener Prozesse mit gleichem Startwert

[22] Vgl. Hull [Options, Futures, Derivatives 2009], S.260

Der bisher angenommene Wiener Prozess wird einfacher Wiener Prozess genannt und als dz ausgedrückt. Ein generalisierter Wiener Prozess für eine Variable x ist definiert als

$$\boxed{dx = adt + bdz}$$

Formel 3: Generalisierter Wiener Prozess

wobei a und b Konstanten, sind deren Bedeutung später genauer erläutert wird. Um die Gleichung besser zu verstehen, können die beiden Komponenten a dt und b dz separat betrachtet werden.

Wird b dz gleich Null gesetzt und der Ausdruck a dt betrachtet, bedeutet dies nichts anderes als das über eine Periode T die Variable x um den Betrag aT ansteigt, daher stellt dies eine stetig steigende Funktion dar.

Der b dz Term der Gleichung macht nichts anderes als der stetig steigenden Funktion a dt ein Rauschen bzw. eine Volatilität in Form eines einfachen Wiener Prozesses hinzuzufügen.

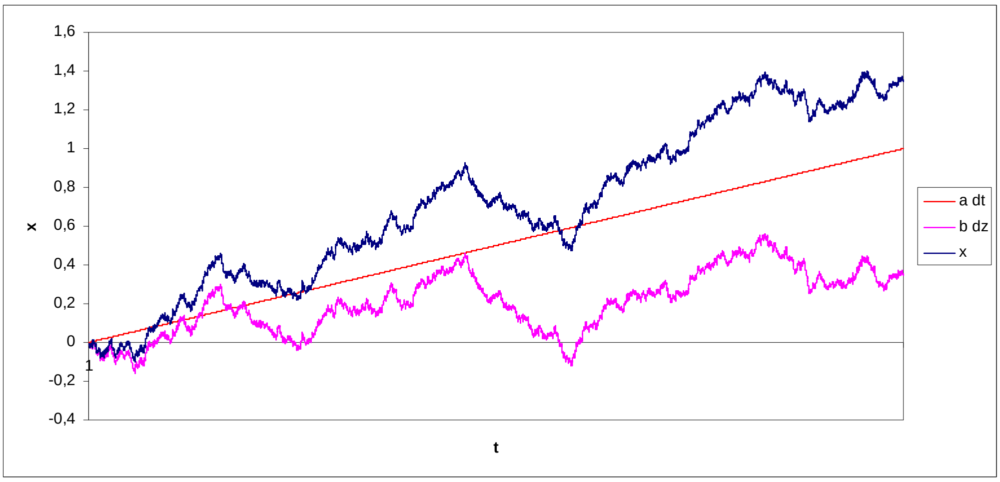


Abbildung 3: Ein generalisierter Wiener Prozess mit a = 1 und b = 0,5

In Abbildung 2 ist zu sehen wie a dt konstant steigt, b dt das Rauschen darstellt sowie x das Produkt dieser beiden Funktionen ist.

Für das weitere Vorgehen muss erwähnt werden, dass die Konstanten a und b auch Funktion der Variable x und der Zeit t sein können:

$$\boxed{dx = a(x,t)dt + b(x,t)dz}$$

Formel 4: Itô Prozess

Dieser Typ eines stochastischen Prozesses wird Itô Prozess genannt.[23]

3.3 Das Modell für einen Aktienpreis

Es wäre anzunehmen, dass ein Aktienpreis einem generellen Wiener Prozess folgt, jedoch muss dafür das vorhandene Model noch um einen Punkt erweitert werden. Das generelle Wiener Prozess Modell scheitert dabei einen wichtigen Aspekt abzubilden. Ein Investor der eine Rendite von 14% bei einem Aktienpreis von \$10 erwartet, erwartet dieses auch bei einem Aktienpreis von \$50. Um dies zu ermöglichen, werden die Konstanten a und b aus dem Wiener Prozess im Modell zur Hilfe genommen.

Damit die Rendite gleich bleibt, muss die Steigung abhängig vom Aktienpreis sein. Da aber damit bei einem höheren Preis das Rauschen weniger Einfluss auf den Kursverlauf nehmen würde, muss auch das Rauschen proportional vom Aktienkurs abhängig sein.

Daher wird a bzw. b definiert als:

$$\boxed{a = \mu S}$$

und

$$\boxed{b = \sigma S}$$

wobei S der Aktienpreis ist, μ die erwartete Rendite und σ die Volatilität bzw. Varianz der Aktie darstellt.

Das führt zu dem Modell

$$\boxed{dS = \mu S\, dt + \sigma S\, ds}$$

Formel 5: Aktienpreis Modell

welches das meistgenutzte Model für die Untersuchung von Aktienpreisen bzw. deren verhalten ist und damit die Ausgangsgleichung für die MC Simulation darstellt.[24]

[23] Vgl. Hull [Options, Futures, Derivatives 2009], S265 ff.

3.4 Beispiel einer Monte Carlo Simulation

Die in den vorherigen Abschnitten hergeleitete Formel

$$\boxed{dS = \mu S\,dt + \sigma S\,ds}$$

ist die Ausgangsbasis für die MC Simulation. Im späteren Verlauf wird diese Formel noch mit einigen Details erweitert, welche aber für das nun gezeigte Beispiel vorerst nicht notwendig sind.

Angenommen folgende Werte für die Simulation eines Aktienkurses sind gegeben:

- Volatilität = 30%
- Rendite = 15%
- Aktienpreis = $100
- Zeitintervall = 1 Woche (0,0192)

Eingefügt in Formel 5 ergibt sich:

$$\boxed{\Delta S = 0{,}15 * 0{,}0192 * S + 0{,}3 * \varepsilon * \sqrt{0{,}0192} * S}$$

und ausmultipliziert erhält man:

$$\boxed{\Delta S = 0{,}00288 * S + 0{,}0416 * S * \varepsilon}$$

wobei wie bekannt, ΔS die Veränderung des Aktienpreises darstellt, S den Preis der Aktie selber und ϵ eine standardnormalverteilte Zufallsvariable von $\Phi(0,1)$ ist. Ein simulierter Kursverlauf der Aktie über zehn Wochen stellt sich wie folgt dar.

[24] Vgl. Hull [Options, Futures, Derivatives 2009], S266

Im ersten Durchlauf geht man vom gegeben Aktienpreis von \$100 aus, setzt diesen in die Gleichung und erhält:

$$\boxed{\Delta S = 0{,}00288 * 100 + 0{,}0416 * 100 * \varepsilon}$$

bzw.

$$\boxed{\Delta S = 0{,}288 + 4{,}16 * \varepsilon}$$

Das Ergebnis lässt sich interpretieren als das der Kursanstieg einen Erwartungswert \$0,288 hat und einen zufälligen Wert aus der Standardnormalverteilung mit der Standardabweichung von \$4,16 besitzt. Angenommen ϵ ist in der ersten Woche 0.52, bedeutet dies ausmultipliziert, dass die Aktie um ΔS =0,288 + 4,15 * 0,51 = 2,45 steigt.

Für die zweite Woche wird angenommen ϵ ist 1.44. Da der Aktien Preis jetzt \$102,45 (\$100 + \$2,45) ist, lautet die Formel:

$$\boxed{\Delta S = 0{,}00288 * 102{,}45 + 0{,}0416 * 102{,}45 * 1{,}44 = 6{,}43}$$

Der Aktienpreis für die nächste Periode ist daher \$108.88 (\$102,45 + \$6,43), welcher wiederum erneut in die Formel eingesetzt wird, erneut eine Zufallszahl generiert wird und dies bis zur 10. Woche wiederholt wird.

Es ist wichtig zu verstehen, dass diese Simulation nur einen einzigen möglichen Verlauf des Aktienkurses darstellt. Gleiches gilt für das in den weiteren Abschnitten erklärte Excel Modell. Andere Zufallsvariablen führen zu anderen Verläufen. In späteren Beispielen wird die Simulation, je nach gewünschter Genauigkeit, bis zu einer Millionen Mal wiederholt wodurch sich eine statistische Normalverteilung der Aktienpreise feststellen lässt.

4 Vorraussetzungen und Faktoren

Die Simulation von Aktienkursen mittels MC Simulation basiert in erster Linie auf einer statistischen Verteilung der möglichen Endwerte. Um möglichst eine zuverlässige

Normalverteilung zu bekommen, ist die Erzeugung von normalverteilten Zufallsvariablen ein wichtiger Faktor, für eine saubere Simulation. Andernfalls wird es zu einem Problem, dass bei mehrmaligen Simulationsläufen mit gleichen Parametern, jedes Mal ein anderes Ergebnis zustande kommt. Als Parameter selber gehen nur die erwartete Volatilität und Rendite ein, wobei die Volatilität den wichtigsten Einflussfaktor darstellt. Aktienkurse haben in der Regel eine Volatilität zwischen 15 und 60 Prozent[25], wobei es für die Bestimmung dieser Schwankung unterschiedliche Verfahren gibt.

Im Weiteren werden die grundlegenden Vorraussetzungen und Absprachen für eine genaue Simulation, mit besonderem Bezug auf die MC Simulation., besprochen.

4.1 Trading Tage vs. Kalender Tage

Als Kalendertage werden die 365 bzw. bei einem Schaltjahr 366 Tage bezeichnet, die ein Jahr hat. Die Börsen selber haben aber nicht 365 Tage im Jahr auf, sondern schließen an Sams- und Sonntagen sowie dem im jeweiligen Land zugrunde liegenden Feiertagen.

Im Jahr 2009 hat z.B. der New Yorker Stock Exchange 252 Tage geöffnet,[26] welches auch genau die Zahl an Tagen ist, die gewöhnlich für Trading Tage genommen wird.[27]

Es ist erforscht, dass die Volatilität von Wertpapieren an Tagen an denen die Börse geöffnet ist um ein vielfaches höher ist, als an Tagen an dem sie geschlossen bleibt. Einer der Gründe dafür ist, dass der Handel mit Wertpapieren alleine einen großen Einfluss auf die Volatilität selbst darstellt.[28] Praktisch heißt dies, dass Tage an denen die Börse geschlossen bleibt für die Volatilität nicht ausschlaggebend sind und die meisten Anwender diese Tage daher auch nicht berücksichtigen.

[25] Vgl. Hull [Options, Futures, Derivatives 2009], S. 282
[26] Vgl. NYSE [Trading Days 2009]
[27] Vgl. Hull [Options, Futures, Derivatives 2009], S. 284
[28] Vgl. Hull [Options, Futures, Derivatives 2009], S284 ff.

4.2 Normalverteilte Zufallszahlen

Die Normalverteilung kann als das wichtigste Verteilungsmodell der Statistik angesehen werden. Die herausragende Stellung der Normalverteilung in der Statistik erklärt sich aus drei Gründen:

- Bestimmte Zufallsvariablen sind von Natur aus normalverteilt. Dies gilt hauptsächlich für naturwissenschaftliche Größen wie z.B. Intelligenz, Körpergröße und Messfehler. Wirtschafts- und sozialwissenschaftliche Merkmale können jedoch häufig nach einer geeigneten Transformation der Daten als approximativ normalverteilt angesehen werden.
- Die meisten anderen Verteilungen konvergieren gegen die Normalverteilung, so dass sie bei einer hinreichend großen Anzahl von Wiederholungen durch die Normalverteilung zufriedenstellend approximiert werden können.
- „Unter sehr allgemeinen Bedingungen sind Summen und Durchschnitte unabhängiger Zufallsvariablen näherungsweise normalverteilt.“ [29] (Zentraler Grenzwertsatz)

Der zentrale Grenzwertsatz ist der entscheidende Punkt, welcher es ermöglicht normalverteilte Zufallsvariablen mit dem im folgenden Abschnitt vorgestellten Verfahren zu erzeugen.

Eine Zufallsvariable X heißt normalverteilt mit den Parametern μ und σ (σ > 0), X~N(μ, σ), wenn ihre Dichtefunktion durch

$$\boxed{f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}}$$

Formel 6: Normalverteilung

gegeben ist, wobei μ der arithmetische Mittelwert und σ die Standardabweichung ist.

Als Standardnormalverteilung bezeichnet man eine Normalverteilung mit den Parametern

$$\mu = 0 \text{ und } \sigma = 1.$$

[29] Eckey [Statistik II 2006], S.65

Für die Dichtefunktion gilt dann:

$$\boxed{f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{\frac{-1}{2}x^2}}$$

Formel 7: Standard Normalverteilung

Wodurch sich die folgen Dichtefunktion, welche auch als Glockekurve bekannt ist, bildet:

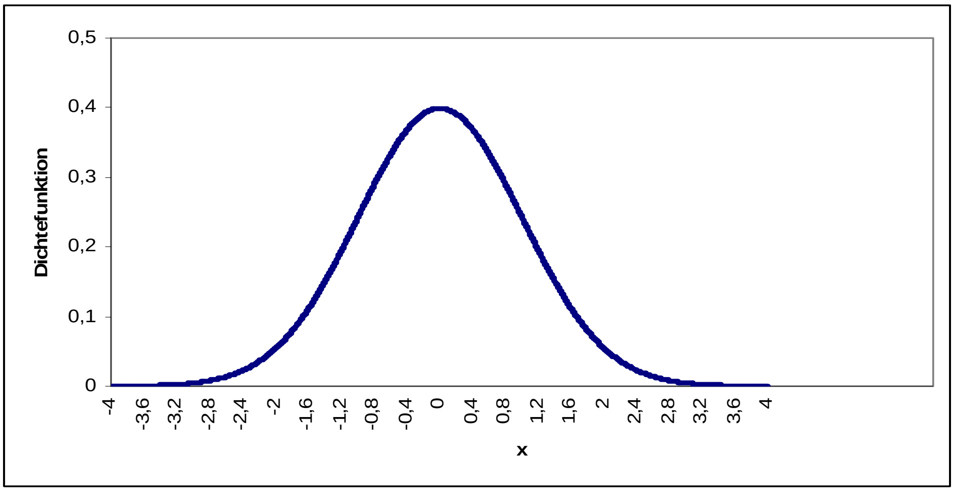


Abbildung 4: Dichtefunktion der Standardnormalverteilung

4.2.1 Wahrscheinlichkeitsverteilung der Augensumme zweier Würfel

Summen einer großen Zahl von unabhängigen, identisch verteilten Zufallsvariablen sind annähernd Standardnormalverteilt. Dies ist die zentrale Aussage des Grenzwertsatzes. Einfach erklären lässt sich dies am Beispiel der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Augensumme zweier Würfel

Die Wahrscheinlichkeit mit einem Würfel und einem Wurf eine 1,2,3,4,5 oder 6 zu Würfeln ist 1/6 bzw. 16.67 Prozent. Die Wahrscheinlichkeit bei einem erneuten Wurf ändert sich nicht und bleibt bei 16.67 Prozent.

Werden zwei Würfel genommen und die Summe der Augen zusammen gezählt, ist es statistisch wahrscheinlicher eine Sieben zu Würfeln, als eine Zwei. Die Zwei kann nur aus der Kombination zweier Einsen gebildet werden, während es für die Sieben genau sechs (1+6, 2+5, 3+4, 4+3, 5+2, 6+1) mögliche Kombinationen gibt.[30]

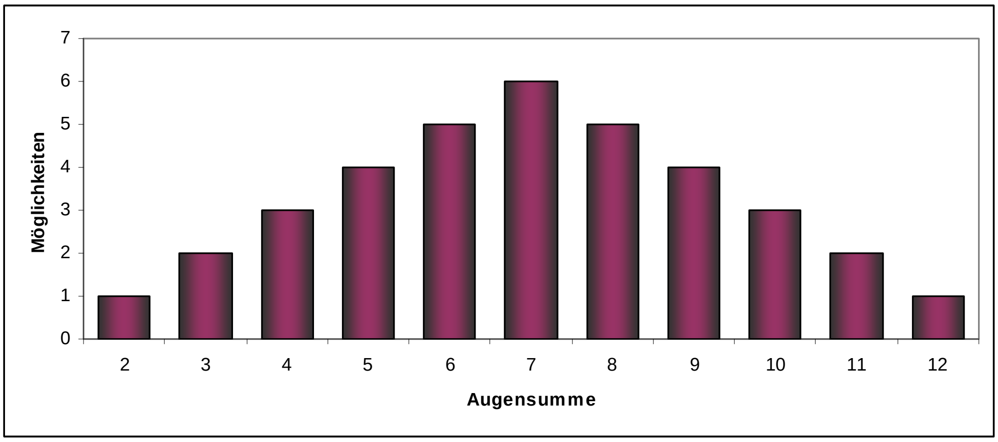


Abbildung 5: Wahrscheinlichkeitsverteilung der Summe von zwei Würfeln

4.2.2 Generierung einer normalverteilten Zufallszahl

Wie im Würfelbeispiel erklärt, kann eine approximierte normalverteilte Zufallszahl durch Ausnutzung des zentralen Grenzwertsatzes generiert werden.

Werden zwölf voneinander unabhängige Zufallszahlen zwischen 0 und 1 generiert, ist wie im Würfelbeispiel beschrieben, die Wahrscheinlichkeit in der Summe eine Sechs zu bekommen am größten, während die Wahrscheinlichkeit eine 0 oder 12 zu bekommen am geringsten ist.

Wird die Sechs von der Summe der zwölf Zufallszahlen subtrahiert, wird die größtmögliche Wahrscheinlichkeit in den Nullpunkt verschoben, wodurch sich folgende approximierte Dichtefunktion herleiten lässt:[31]

$$\boxed{\varepsilon = \sum_{1}^{12} R_i - 6}$$

Formel 8: Approximierte Dichtefunktion

[30] Vgl. Lukas/ Neundorf [Mathematische Grundlagen II 2009], S. 23 ff.
[31] Vgl. Johnson / Kotz / Balakrishnan [Distributions 1995], S. 279 ff.

4.2.3 Normalverteilten Zufallszahlen in Excel

Excel stellt Funktionen bereit, die Erzeugung von normalverteilten Zufallszahlen in einem Spreadsheet wesentlich vereinfachen.

ZUFALLSZAHL()	Erzeugung einer Zufallszahl zwischen 0 und 1
STANDARDNORMINV()	Ausdruck der inversen kumulativen Standardnormalverteilung
STANDARDNORMINV(ZUFALLSZAHL())	Erzeugung einer Zufallszahl aus der Standardnormalverteilung

Tabelle 2: Zufallszahlen in Excel

4.3 Arten von Volatilitäten

Die Volatilität misst die Schwankungsbreite des Kurses eines Wertpapiers für Kursbewegungen innerhalb eines bestimmten Zeitrahmens. Je höher die Schwankungen, desto höher die Volatilität und das damit verbundene Risiko. Die Volatilität gibt dabei nicht die Richtung, sondern nur die Bandbreite der Kursschwankungen an. Die Volatilität wird auch als annualisierte Standardabweichung bezeichnet.

Es werden zwei Arten von Volatilität unterschieden

- Historische Volatilität
    - Die historische Volatilität errechnet sich aus den historischen Kursen des Basiswertes und gibt über die durchschnittliche Schwankungsbreite der Preisänderungen des Basiswertes über einen bestimmten Zeitraum in der Vergangenheit Auskunft.
- Implizite Volatilität
    - Die implizite Volatilität entspricht der vom Markt geschätzten Volatilität.

Implizite Vokalitäten können über Optionspreismodelle errechnet werden.[32] Für die Berechnung eines VaR wird die Historische Volatilität verwendet[33], daher wird auch nicht weiter auf Implizierte Volatilitäten eingegangen.

[32] Vgl. Hull [Options, Futures, Derivatives 2009], S. 296

4.4 Berechnung der historischen Volatilität

Volatilitäten können auf vielfältige Weise gemessen werden. Generell wird dazu auf historische Werte zurückgegriffen, im Allgemeinen auf den Kursstand eines Wertpapiers beim Schluss der Börse.

Einen angemessenen Zeitraum an vergangen Werten zu wählen ist nicht einfach. Je mehr Daten vorhanden sind, desto exakter lässt sich die Volatilität darstellen, aber die Volatilität selbst ändert sich über die Zeit. Daten die zu alt sind, könnten mittlerweile unrelevant für die zukünftige Annahme der Volatilität sein. Empfehlungen zwischen 90 bis 180 Tagen der Schlusskurse scheinen sich bewährt zu haben. Auch ist es wichtig für welchen Zeitraum eine Bewertung erstellt wird. Soll ein längerer Zeitraum von z.B. 2 Jahren berechnet werden, sollte auch die Volatilität der letzten zwei Jahre verwendet werden. [34] Generell sollte zudem bei der Bestimmung des Zeitraums noch beachtet werden, dass Börsen unterschiedliche Phasen aufweisen, nämlich Phasen ruhiger Preisbildung und Phasen hektischer Preisbildung.[35]

Um einen Überblick über die mathematischen Bewertungsmethoden zu bekommen, werden im Weiteren der einfach gleitende Mittelwert bzw. SMA (Simple Moving Average) und der expotential geglättete Mittelwert bzw. EWMA (Exponentially Weighted Moving Average)vorgestellt.

4.4.1 *Einfacher gleitender Mittelwert*

Um die Volatilität mittels den einfachen, gleitenden Mittelwert berechnen zu können, wird der Aktienpreis zu festen Intervallen betrachtet, typischer Weise täglich, wöchentlich oder monatlich.

[33] Vgl. Hull [Options, Futures, Derivatives 2009], S. 469
[34] Vgl. Hull [Options, Futures, Derivatives 2009], S283
[35] Vgl. Stöttner [Finanzmarkanalyse 2009], S. 9

Es wird daher definiert:

- n: Anzahl der Intervalle
- S_i: Aktienpreis am Ende des i-ten Intervalls
- τ: Anzahl von Intervallen pro Jahr
- s: Die Standardabweichung

sowie

$$\boxed{u_i = \ln(\frac{S_i}{S_{(i-1)}})}$$

Formel 9: Tägliche Veränderung

$$\boxed{s = \sqrt{\frac{1}{(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(u_i - \bar{u}_i)^2}}$$

Formel 10: Standardabweichung

$\bar{u}$ = Mittelwert von u_i

Zur Veranschaulichung der Berechnung wird die Volatilität der Volkswagen Aktie über die letztens 20 Tage berechnet

Datum	Schlusspreis in Euro	Preisänderung S_i / S_{i-1}	Daily return $u_i = \ln(S_i/S_{i-1})$	$(u_i - \bar{u}_i)^2$
02.11.2009	168,00			
30.10.2009	168,00	1,000000	0,000000	0,000001
29.10.2009	168,00	1,000000	0,000000	0,000001
28.10.2009	168,70	0,995851	-0,004158	0,000010
27.10.2009	172,30	0,979106	-0,021115	0,000402
26.10.2009	177,50	0,970704	-0,029733	0,000822
23.10.2009	180,30	0,984470	-0,015652	0,000213
22.10.2009	174,10	1,035612	0,034992	0,001300
21.10.2009	180,00	0,967222	-0,033327	0,001041
20.10.2009	185,00	0,972973	-0,027399	0,000694
19.10.2009	182,50	1,013699	0,013606	0,000215
16.10.2009	182,00	1,002747	0,002743	0,000014
15.10.2009	180,50	1,008310	0,008276	0,000087
14.10.2009	178,40	1,011771	0,011703	0,000163
13.10.2009	179,90	0,991662	-0,008373	0,000053
12.10.2009	176,20	1,020999	0,020781	0,000477

09.10.2009	173,70	1,014393	0,014290	0,000236
08.10.2009	174,40	0,995986	-0,004022	0,000009
07.10.2009	176,00	0,990909	-0,009132	0,000065
06.10.2009	173,20	1,016166	0,016037	0,000292
05.10.2009	171,60	1,009324	0,009281	0,000107
				0,006203
Mittelwert des Daily returns (u_i):			-0,001060	
Standardabweichung:			0,018068	
Volatilität per annum			0,286823	

Tabelle 3: Berechnung der Volatilität über den gleitenden Renditemittelwert der VW-Aktie

Der Mittelwert des Daily returns berechnet sich aus der Summe aller Daily returns geteilt durch die Anzahl der Daily returns. Oft wird der Mittelwert des Daily return $u_i = 0$ gesetzt, weil die Änderung eines Tages sehr klein ist im Vergleich zur Standardabweichung. Der Korrektheit halber wird dieses Beispiel aber mit dem genauen Wert von u_i gerechnet.

Die Standardabweichung berechnet sich aus der Wurzel der Summe von $(u_i – u_i)^2$ geteilt durch die Anzahl der Intervalle – 1

Die Volatilität per annum wird durch die Multiplikation der Standardabweichung mit der Wurzel aus 252 errechnet, wobei 252 die Anzahl der Trading Tage pro Jahr darstellt. Damit erhält man eine Volatilität von 28,68 Prozent pro Jahr aus den Daten der letzten 20 Trading Tage mittels des einfachen, gleitenden Mittelwertes.

Die Berechnung des gleitenden Mittelwertes ist die Standardberechnung für die Volatilität. Eine Schwäche dieses Vorgehens ist aber, das aktuelle wie auch ältere Daten gleichgewichtig in die Berechnung mit eingehen.[36]

4.4.2 Exponentially Weighted Moving Average

Aus der Berechnung des einfachen gleitenden Mittelwerts lässt sich feststellen, dass alle Volatilitäten über einen bestimmten Zeitraum mit der gleichen Gewichtung in die Gesamtvolatilität eingehen. Das Ziel ist es aber Daten bzw. Volatilitäten die aktueller sind mehr zu gewichten als ältere Volatilitäten. Abhilfe schafft die EWMA Methode.

[36] Vgl. Hull [Options, Futures, Derivatives 2009], S283

Die allgemeine Formel hierfür lautet:

$$\boxed{\sigma_n^2 = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i u_{(n-1)}^2, \quad \alpha_{(i+1)} = \lambda \alpha_i}$$

Formel 11: Allgemeines Gewichtungsschema

Wobei α_i expotential abnimmt wenn in der Zeit zurück gegangen wird und λ eine Konstante zwischen 0 und 1 ist.

Das hier vorgestellte Verfahren beschreibt das RiskMetric Vorgehen von J.P. Morgan welches 1994 öffentlich vorgestellt wurde. Dieses Model benutzt $\lambda = 0.94$ für die Aktualisierung täglicher Volatilitätsschätzungen und $\lambda = 0.97$ für monatliche Schätzungen.[37] J.P. Morgan fand heraus, dass mit diesem Wert für λ die Vorraussagen am nächsten zu der tatsächlichen Volatilitätsrate kommt.[38]

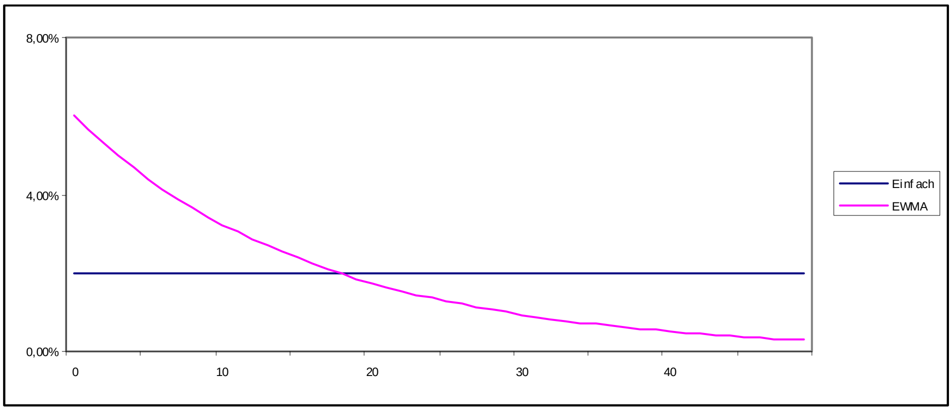


Abbildung 6: Unterschied der Gewichtungen bei gleitender Mittelwert und EWMA mit λ=0.94

Eine Betrachtung der Volatilität der Volkswagenaktie über einen Zeitraum von 50 Tagen mittels einfachen, gleitenden Mittelwert und EMWA zeigt folgendes:

[37] Vgl. Jorion [VaR Controlling Market Risk 1997], S. 177 ff.
[38] Vgl. Zangari/ Spencer [RiskMetrics 1997]

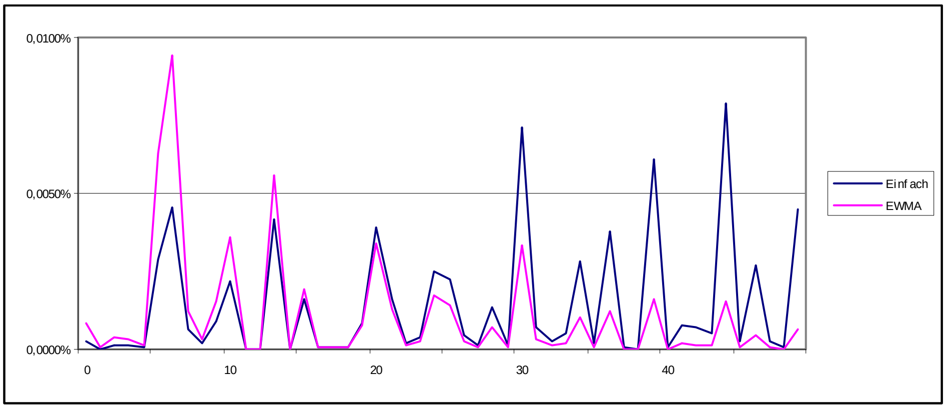


Abbildung 7: Täglich, gewichtete Volatilität der Volkswagenaktie über 50 Tage

Wie zu sehen ist, wird bei der EWMA die Schwankungen am Anfang deutlich stärker gewichtet und zum Ende hin weniger, während bei der Berechnung des gleitenden Mittelwertes zwischen Tag 30 und 50 noch starke Schwankungen mit einfließen.

Dies drückt sich auch in der jeweiligen, berechneten Volatilität aus. Mit der gleitenden Mittelwert Methode ergibt sich eine Volatilität von 42,27% während die EWMA 36,57% liefert.

Erwähnt werden muss weiterhin, dass die EWMA Gedächtnis behaftet ist. Man braucht für eine Aktualisierung der Volatilität am darauffolgenden Tag nicht alles komplett neu zu berechnen, sonder multipliziert die zuletzt berechnete Volatilität gewichtet mit der letzten Schwankung des Kurses

$$\boxed{\sigma_n^2 = \lambda\sigma_{n-1}^2 + (1-\lambda)u_{n-1}^2}$$

Formel 12: EWMA Model

Dieses beschleunigt die Berechnung von vielen, unterschiedlichen Volatilitäten wie sie in einem großen Portfolio vorkommen können erheblich.

4.5 Expected Rate of Return

Expected Rate of Return bzw. die erwartete Rendite, ist die Steigung die in die MC Formel mit einfließt. Die Annahme einer Steigung kann durch die Risikobereitschaft der Investoren begründet werden. Je höher das einzugehende Risiko, desto höher sollte die Rendite sein.[39] Diese Annahme wird generell für die Berechnung von Preisen für

[39] Vgl. Mishkin / Eakins [Financial Markets 2009], S. 99 ff.

verschiedenste Finanzprodukte angenommen, z.B. wird in der Optionspreisbewertung für die Rendite der risikofreie Tagesgeldzinssatz angenommen.[40] Für diese Tatsache spricht auch, dass in einer inflationären Marktwirtschaft die nominalen Güterpreise steigen, daher zukünftige Zahlungen abdiskontiert werden sollten.[41] Der Wert der erwarteten Rendite ist subjektiv und sollte unter Berücksichtigung der genannten Einflüsse festgelegt werden.

5 VaR mittels MC für Aktien

Die Berechnung des VaR mittels MC Simulation für eine Aktie lässt sich wie folgt darstellen:

Zuerst müssen die Parameter

- Volatilität,
- Rendite und
- aktueller Aktienpreis

berechnet bzw. festgestellt werden.

Angenommen der VaR für einen Tag soll ermittelt werden, dann müssen die Schritte wie folgt aussehen:

1. Erzeugen einer normalverteilten Zufallszahl
2. Multiplikation des Aktienpreises mittels Formel 12
3. Subtraktion des simulierten Endwertes vom anfänglichen Aktienpreis
4. Wiederholen der Schritte 1-3 viele Male um eine Wahrscheinlichkeitsverteilung zu bekommen

Angenommen es wurden 5000 verschiedene Werte simuliert, so ist der 99% VaR der Wert vom fünfzigst schlechtesten Ergebnis aus diesen 5000 Simulationen.

Der Wert des VaR für x Tage kann auf zwei unterschiedliche Arten errechnet werden. Der erste Weg wäre einen Kursverlauf über x Tage mittels x normalverteilten Zufallszahlen zu erzeugen. Das Ergebnis wäre also ein Kursverlauf der dem eines

[40] Vgl. Hull [Options, Futures, Derivatives 2009], S. 290
[41] Vgl. Blanchard / Illing [Makroökonomie 2004], S. 408 ff.

Wiener Prozesses gleicht. Ein schnellerer Weg wäre den Wert des VaR für einen Tag zu nehmen und mittels Formel 13 zu multiplizieren. Dieses Vorgehen ist erlaubt, wenn keine pfadabhängigen Produkte simuliert werden, die z.B. Knock-In bzw. Knock-Out Grenzen besitzen.

$$\boxed{VaR_{(X-Tage)} = VaR_{(1-Tag)} * \sqrt{(x-Tage)}}$$

Formel 13: VaR Zeithorizont

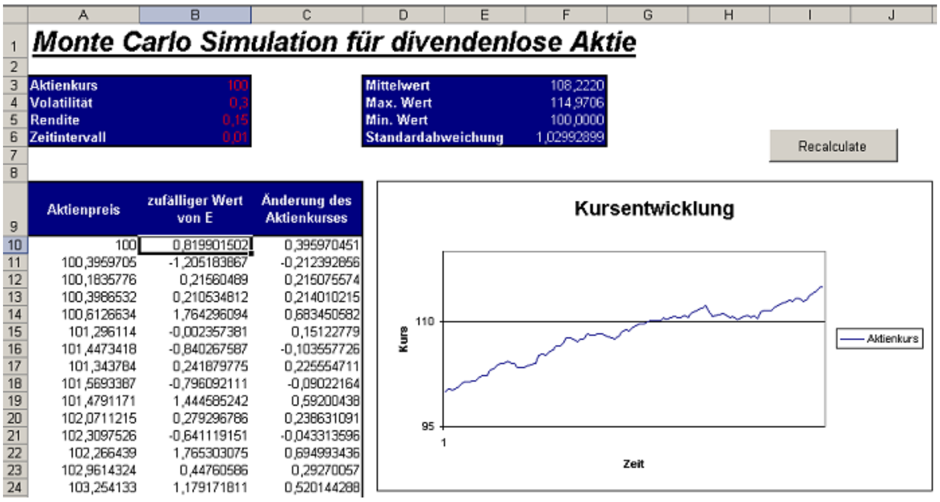
Dieses Vorgehen ist möglich und in der Praxis auch oft verwendet, da wie schon bereits beschrieben, die Änderungen über die x Tage eine unabhängige Normalverteilung besitzen und sie damit über Formel 13 approximiert werden können.[42]

Um eine Vorstellung zu bekommen wie eine MC Simulation aufgebaut ist und wie der VaR aus diesen Simulationen berechnet werden kann, werden im weiteren vier Modelle in Excel vorgestellt. Das erste Modell zeigt eine einfache und einzelne MC Simulation. Im zweiten werden 50 Simulationen nacheinander dargestellt um zu zeigen, dass jede Simulation einen anderen Kursverlauf aufweist. Im dritten Modell werden die Endwerte eines jeden Kursverlaufes gespeichert und im Vierten werden diese Endwerte der Größe nach sortiert, um daraus den VaR bestimmen zu können. Ist mit dem vierten Modell zwar eine genaue VaR Berechnung möglich, unterscheidet es sich doch von dem im Abschnitt 6 genutzt MC Modell Grundlegend im technischen Aufbau. Das Modell im Abschnitt 6 berechnet den VaR Wert mittels MC Simulation über interne Routinen, wodurch es eine deutlich höhere Ausführungsgeschwindigkeit besitzt und daher für die Vergleiche der unterschiedlichen VaR Methoden besser geeignet ist. Um aber das Verständnis für eine VaR Simulation mittels MC Simulation zu vermitteln, eigenen sich die im Folgenden vorgestellten Modell besser.

5.1 Kursverlauf eines Aktienkurses

Realisiert in MS Excel lässt sich die Simulation für einen einzigen Kursverlauf über 100 Perioden folgendermaßen darstellen:

[42] Vgl. Hull [Options, Futures, Derivatives 2009], S. 445


Monte Carlo Simulation für divendenlose Aktie

Aktienkurs	100
Volatilität	0,3
Rendite	0,15
Zeitintervall	0,01

Mittelwert	108,2220
Max. Wert	114,9706
Min. Wert	100,0000
Standardabweichung	1,02992899

Aktienpreis	zufälliger Wert von E	Änderung des Aktienkurses
100	0,819901502	0,395970451
100,3959705	-1,205183867	-0,212392856
100,1835776	0,21560489	0,215075574
100,3986532	0,210534812	0,214010215
100,6126634	1,764296094	0,683450582
101,296114	-0,002357381	0,15122779
101,4473418	-0,840267587	-0,103557726
101,343784	0,241879775	0,225554711
101,5693387	-0,796092111	-0,09022164
101,4791171	1,444585242	0,59200438
102,0711215	0,279296786	0,238631091
102,3097526	-0,641119151	-0,043313596
102,266439	1,765303075	0,694993436
102,9614324	0,44760586	0,29270057
103,254133	1,179171811	0,520144288

Abbildung 8: Einzelne Aktienkurssimulation in Excel

Excel-Formelübersicht:

- A10 = B3
- A11 = A10 + C10
- B10 = STANDARDNORMINV(ZUFALLZAHL())
- C10 = rendite*A10*zeitintervall+volatilität*A10*zeitintervall*B10

Die notwendigen Parameter: Aktienkurs, Volatilität, erwartete Rendite und das Zeitintervall, die simuliert werden sollen, werden im Bereich B3 bis B6 eingegeben.

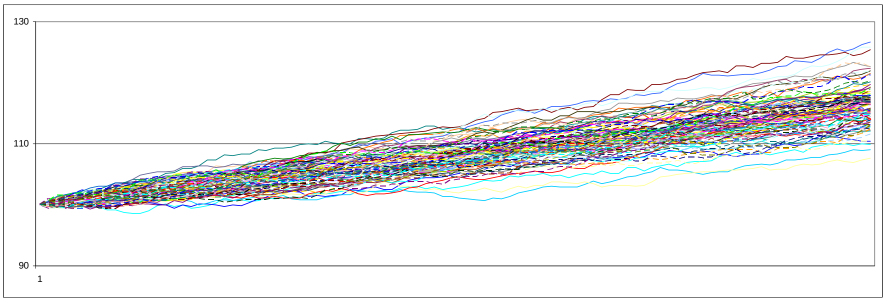
Im Bereich B10 bis B119 werden die normalverteilten Zufallsvariablen erzeugt, welche für die Berechnung der Veränderung pro Zeitintervall benötigt werden. Da 100 Zeitschritte simuliert werden, werden auch 100 voneinander unabhängige Zufallszahlen benötigt. Der Bereich C10 bis C119 stellt die Ausmultiplikation folgender Formel dar: rendite*A10*zeitintervall+volatilität*A10*zeitintervall*B10, wobei A10 sowie B10 fortlaufend hochgezählt werden. Die grafische Auswertung des Kursverlaufs stellt den Bereich A10 bis A119 dar sowie der Bereich C10 bis C119 die grafische Auswertung der Volatilität darstellt.

Dies Beispiel zeigt die Simulation eines einzigen Kursverlaufs. Eine erneute Simulation führt zu anderen normalverteilten Zufallszahlen und daher auch zu einem anderen Kursverlauf, welcher unabhängig vom vorherigen ist.

5.2 Kursverläufe mehrere Aktienkurse

Wie bereits erwähnt ist wichtig zu verstehen, dass die Simulation eines Aktienkurses mittels MC Simulation, eine Simulation mittels Zufallszahlen darstellt, welche einer Standardnormalverteilung folgen. Werden mehrere Kursverläufe simuliert, ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Aktienkurs demselben Pfad, wie in einer vorherigen Simulation folgt unwahrscheinlich. Werden 50 Kursverläufe mittels Monte Carlo simuliert, lässt sich folgendes feststellen:

Ein Grossteil der Kursverläufe wird einem fast gleichen Pfad folgen bzw. genauer gesagt es wird sich ein Tunnel bilden in dem die meisten Kursverläufe stattfinden. Ein kleiner Teil der Kursverläufe wird jedoch aus diesem Tunnel ausbrechen und wieder zurück in den Tunnel wandern oder bis zum Ende der Simulation nicht wieder in diesen Standardpfadbereich zurückkehren. Dies entspricht einer typischen Normalverteilung, indem die meisten Werte im gleichen Bereich liegen, sich aber einige wenige ganz davon entfernen und außerhalb dieses Bereiches liegen.

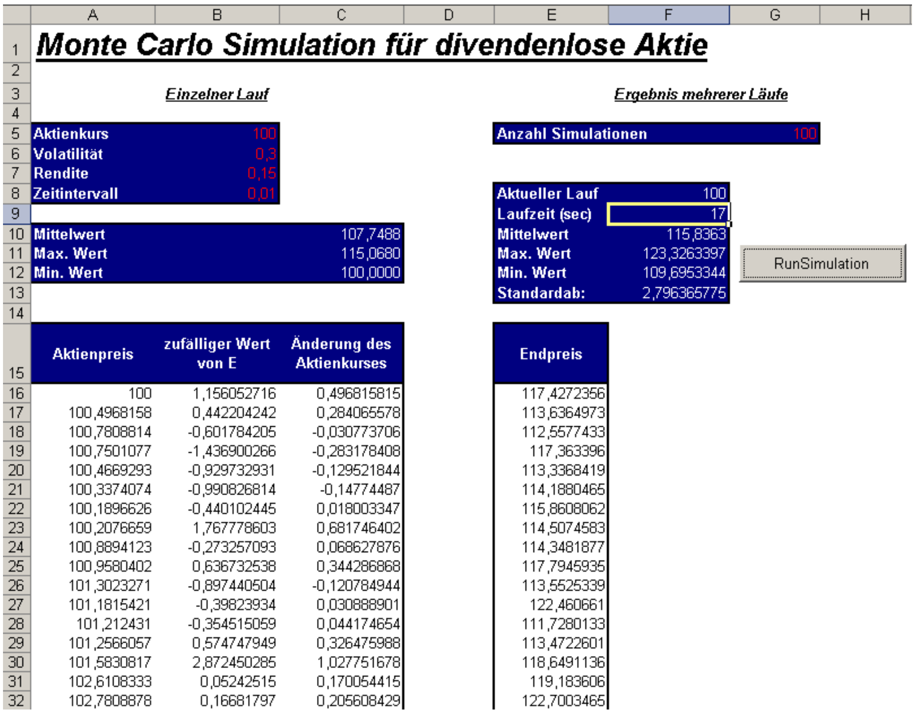


(50 verschiedene Aktienverläufe simuliert in Excel)

Die 50 verschieden Aktienverläufe lassen sich einfach visualisieren, indem jeder einzelne Aktienverlauf aus dem vorherigen Beispiel gespeichert wird und anschließend alle 50 zusammen grafisch dargestellt wird.

5.3 Mehrfache MC Simulation

Eine vollständige MC Simulation beruht darauf eine große Anzahl einzelner Kursverläufe zu simulieren. Das im vorherigen Abschnitt vorgestellte MC Model in Excel wird um die Funktion erweitert, den letzten Kursverlauf einer einzelnen Simulation zu speichern:



Monte Carlo Simulation für divendenlose Aktie

Einzelner Lauf

Aktienkurs	100
Volatilität	0,3
Rendite	0,15
Zeitintervall	0,01

Mittelwert	107,7488
Max. Wert	115,0680
Min. Wert	100,0000

Ergebnis mehrerer Läufe

Anzahl Simulationen	100

Aktueller Lauf	100
Laufzeit (sec)	17
Mittelwert	115,8363
Max. Wert	123,3263397
Min. Wert	109,6953344
Standardab:	2,796365775

RunSimulation

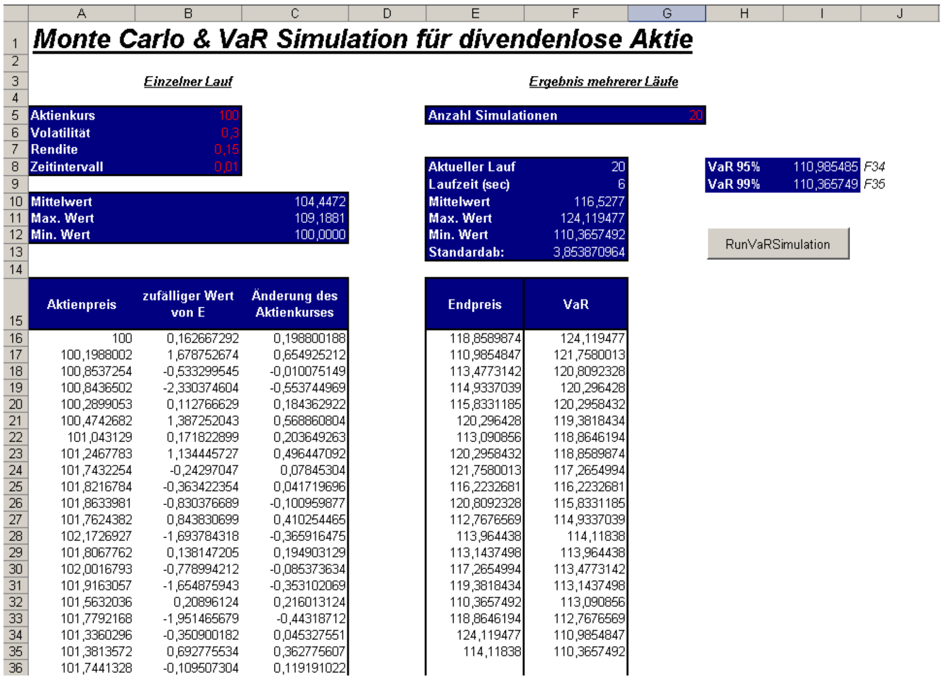
Aktienpreis	zufälliger Wert von E	Änderung des Aktienkurses	Endpreis
100	1,156052716	0,496815815	117,4272356
100,4968158	0,442204242	0,284065578	113,6364973
100,7808814	-0,601784205	-0,030773706	112,5577433
100,7501077	-1,436900266	-0,283178408	117,363396
100,4669293	-0,929732931	-0,129521844	113,3368419
100,3374074	-0,990826814	-0,14774487	114,1880465
100,1896626	-0,440102445	0,018003347	115,8608062
100,2076659	1,767778603	0,681746402	114,5074583
100,8894123	-0,273257093	0,068627876	114,3481877
100,9580402	0,636732538	0,344286868	117,7945935
101,3023271	-0,897440504	-0,120784944	113,5525339
101,1815421	-0,39823934	0,030888901	122,460661
101,212431	-0,354515059	0,044174654	111,7280133
101,2566057	0,574747949	0,326475988	113,4722601
101,5830817	2,872450285	1,027751678	118,6491136
102,6108333	0,05242515	0,170054415	119,183606
102,7808878	0,16681797	0,205608429	122,7003465

Abbildung 9: Mehrfache Aktienkurssimulation in Excel

Hinzugekommen ist die Nummer der Simulationen die im Feld G5 angegeben wird sowie die Zellen ab Feld E15 abwärts, in denen der jeweilige Endwert einer einzelnen Simulation gespeichert wird. Da bei „Anzahl der Simulationen“ der Wert 100 festgelegt wurde, wurden auch 100 Endwerte des Aktienkurses generiert und gespeichert.

5.4 VaR und MC kombiniert

Der VaR Wert aus einer MC Simulation lässt sich bestimmen, indem mehrere Kursverläufe simuliert und die Endwerte des Kursverlaufs vom größten zum kleinsten Endwert sortiert werden.



Monte Carlo & VaR Simulation für divendenlose Aktie

Einzelner Lauf

Aktienkurs	100
Volatilität	0,3
Rendite	0,15
Zeitintervall	0,01

Mittelwert	104,4472
Max. Wert	109,1881
Min. Wert	100,0000

Ergebnis mehrerer Läufe

Anzahl Simulationen	20

Aktueller Lauf	20
Laufzeit (sec)	6
Mittelwert	116,5277
Max. Wert	124,119477
Min. Wert	110,3657492
Standardab:	3,853870964

VaR 95%	110,985485	F34
VaR 99%	110,365749	F35

RunVaRSimulation

Aktienpreis	zufälliger Wert von E	Änderung des Aktienkurses	Endpreis	VaR
100	0,162667292	0,198800188	118,8589874	124,119477
100,1988002	1,678752674	0,654925212	110,9854847	121,7580013
100,8537254	-0,533299545	-0,010075149	113,4773142	120,8092328
100,8436502	-2,330374604	-0,553744969	114,9337039	120,296428
100,2899053	0,112766629	0,184362922	115,8331185	120,2958432
100,4742682	1,387252043	0,568860804	120,296428	119,3818434
101,043129	0,171822899	0,203649263	113,090856	118,8646194
101,2467783	1,134445727	0,496447092	120,2958432	118,8589874
101,7432254	-0,24297047	0,07845304	121,7580013	117,2654994
101,8216784	-0,363422354	0,041719696	116,2232681	116,2232681
101,8633981	-0,830376689	-0,100959877	120,8092328	115,8331185
101,7624382	0,843830699	0,410254465	112,7676569	114,9337039
102,1726927	-1,693784318	-0,365916475	113,964438	114,11838
101,8067762	0,138147205	0,194903129	113,1437498	113,964438
102,0016793	-0,778994212	-0,085373634	117,2654994	113,4773142
101,9163057	-1,654875943	-0,353102069	119,3818434	113,1437498
101,5632036	0,20896124	0,216013124	110,3657492	113,090856
101,7792168	-1,951465679	-0,44318712	118,8646194	112,7676569
101,3360296	-0,350900182	0,045327551	124,119477	110,9854847
101,3813572	0,692775534	0,362775607	114,11838	110,3657492
101,7441328	-0,109507304	0,119191022		

Abbildung 10: VaR mittels MC Simulation in Excel

Wie gehabt werden die notwendigen Parameter: Aktienkurs, Volatilität, erwartete Rendite und das Zeitintervall im Bereich B3 bis B6 eingegeben sowie der hinzugekommene Parameter „Anzahl Simulationen“ dessen Wert im Feld G5 festgelegt wird.

Wie im vorherigen Model wird weiterhin der jeweilige Endwert des Aktienkurses in der Zelle „E16“ ff. gespeichert werden. Da bei „Anzahl der Simulationen“ der Wert 20 festgelegt wurde, wurden auch 20 Endwerte des Aktienkurses generiert und gespeichert. Diese Endwerte wurden in die danebenliegende Spalte „F16““ ff. kopiert und vom größten Wert aus absteigend sortiert. Der Wert für das 95%-VaR lässt sich jetzt in der Zelle „F34“ finden (bei 20 Simulationen ist der Wert, der dem 95% VaR am nächsten kommt, dass zweitschlechteste Ergebnis bzw. das 19. von 20 Ergebnissen – 20*0,95=19). Der Wert bedeutet, dass der Aktienkurs zu 95% nicht unterhalb dieses Wertes liegen wird. Um den max. Verlust zu bekommen, müsste der Startwert von diesem Wert abgezogen werden. Da aber von einer sehr hohen Rendite von 15% ausgegangen worden ist, bleibt der Wert dennoch positiv.

In dem Beispiel wurden nur 20 Simulationen generiert, wodurch die 95% bzw. 99% VaR Werte bei einer erneuten Simulation noch stark vom vorherigen Wert abweichen würden. Wird das ganze Szenario 10.000 anstatt 20 mal simuliert, erweisen sich die Ergebnisse als stabil und der 95% bzw. 99% Wert liegt bei 110,49 bzw. 108,10.

6 Verfahren im Vergleich

Im Folgenden sollen an einem Beispiel die Unterschiede der Volatilitätsberechnung mittels

- Einfach gewichteter Mittelwert
- Exponentially Weighted Moving Average

sowie die Unterschiede in der VaR Berechnung mittels

- Varianz-Covarianz
- Historische Simulation
- Monte Carlo Simulation

gezeigt werden.

Als Datengrundlage dienen die Schlusskurse der Deutschen Telekom AG Aktie, gehandelt an der Deutschen Xetra Börse, bis einschließlich 23.12.2009. Der Schlusskurs zum 23.12.2009 betrug 10,42 Euro. Die Wahl fiel auf diese Aktie, da der Renditeverlauf interessant für die Unterscheidung der zwei Bewertungsverfahren für Volatilitäten ist.

Die Berechnungen erfolgen alle durch ein in Excel erstelltes Modell, welches es ermöglicht die Historische, VCA und MC Simulation miteinander zu vergleichen. Die Berechnung der unterschiedlichen Volatilitäten sowie grafische Auswertungen erfolgen ebenfalls durch das Excel Modell.

6.1 Volatilität

Ein Blick auf Verlauf des Kurses der DTAG Aktie über 180 Tage zeigt von Tag 160 eine Steigung von ca. 8,00 Euro bis zum Schlusskurs bei Tag 0 von etwas über 10 Euro. Die Grafik zeigt den aktuellsten Kurs ganz links und den ältesten ganz rechts, im Gegensatz zu der allgemeinen Darstellung von Aktienkursen. Dies ermöglicht einen einfacheren Vergleich der nachfolgenden Diagramme.

Interessant erscheint der Zeitraum zwischen Tag 160 und 180, da die Aktie hier im Vergleich zum aktuelleren Zeitraum, während einer kurzen Zeit eine deutlichere Wertänderung zeigt als sonst.

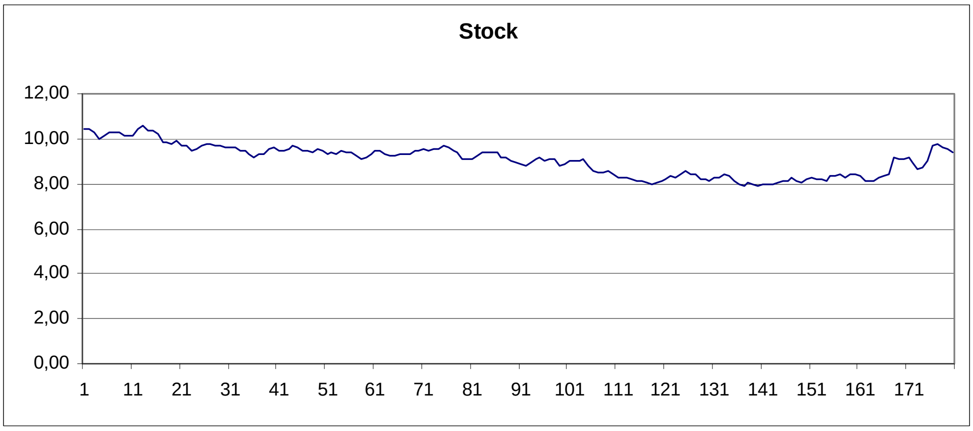


Abbildung 11: Kursentwicklung der DTAG Aktie

Ein Blick auf die Volatilität der Aktie bestätigt, dass sich eine starke Schwankung feststellen lässt.

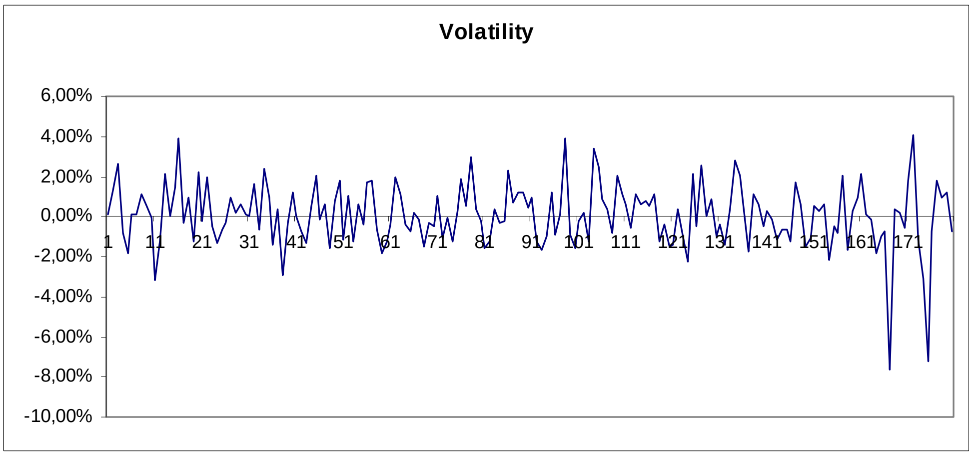


Abbildung 12: Volatilität der DTAG Aktie

Dieses Verhalten ist interessant für den Einfluss der Betrachtungsdauer und des gewählten Verfahrens auf die errechnete Historische Volatilität. Beim einfachen gleitenden Mittelwert gehen alle Tage, daher auch alle einzelnen Volatilitäten gleichgewichtet in die Gesamtvolatilität mit ein. Berechnet man die Gesamtvolatilität von Tag 2 bis Tag1, Tag 3 bis Tag 1, Tag 4 bis Tag1, usw. und zeichnet jeden einzelnen Wert in ein Diagramm ergibt sich folgende Darstellung:

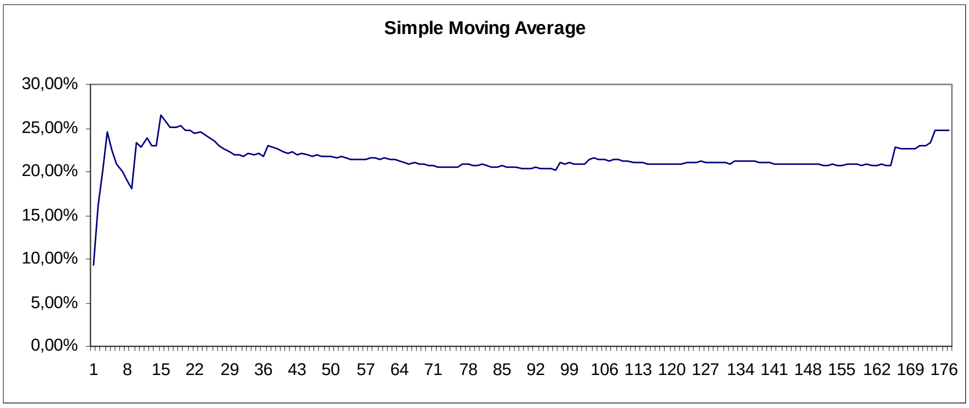


Abbildung 13: Volatilitätsveränderung der DTAG Aktie beim SMA Verfahren

Hier lässt sich der Nachteil des einfachen gleitenden Mittelwertes sehen. Von Tag 165 bis 174, also innerhalb von 9 Tagen steigt die Volatilität um 5%. Würde ein gleitender Mittelwert über 180 Tage bei einer VaR Berechnung benutzt werden, würde in den nächsten 15 Tagen die Volatilität um 5% sinken, auch wenn die gegenwärtige Volatilität konstant bleiben würde. Dieser Effekt ist allein auf die Aktualisierung des Mittelwertes zurückzuführen.

Hier greift der Vorteil der EWMA Methode die diese Schwankungen langsam ausblendet. Ein Vergleich der SMA Methode mit der EWMA Methode liefert folgendes Ergebnis:

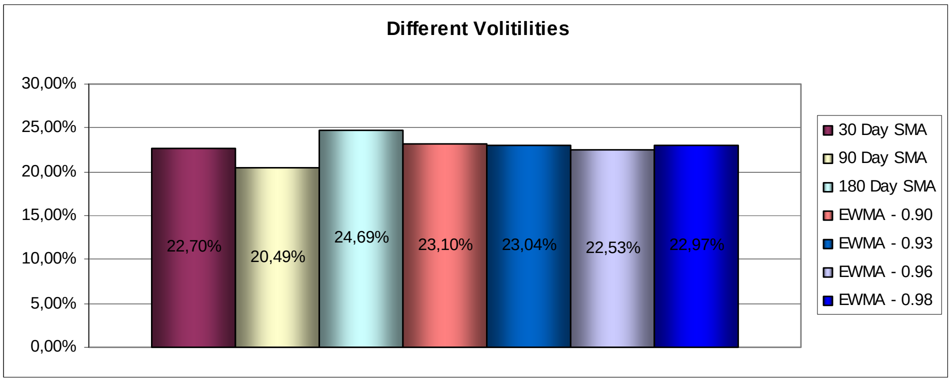


Abbildung 14: Unterschiede der Volatilitäten nach Parametern und Verfahren

Wie sich wieder sehen lässt hat die Auswahl des Zeitraums bei der SMA Methode einen großen Einfluss auf den erhaltenen Wert. Interessant zu sehen ist, das bei der von der DTAG gezeigten Volatilitätsstruktur der Einfluss des λ Parameters keine zu großen Veränderungen an der errechneten Volatilität zeigt. Wählt man λ = 0,98 steigt der Wert leicht im Vergleich zu λ = 0,96, was darauf zurückzuführen ist, das bei einem Delta von

0,98 fast annährend eine Gleichgewichtung stattfinden und Schwankungen aus der Vergangenheit stärker Gewichtet werden.

6.2 Value at Risk

Die Berechnung des VaR wurde mit Hilfe von Excel durchgeführt. Die Werte der Historischen- und der MC Simulation wurden durch VBA Routinen ermittelt.

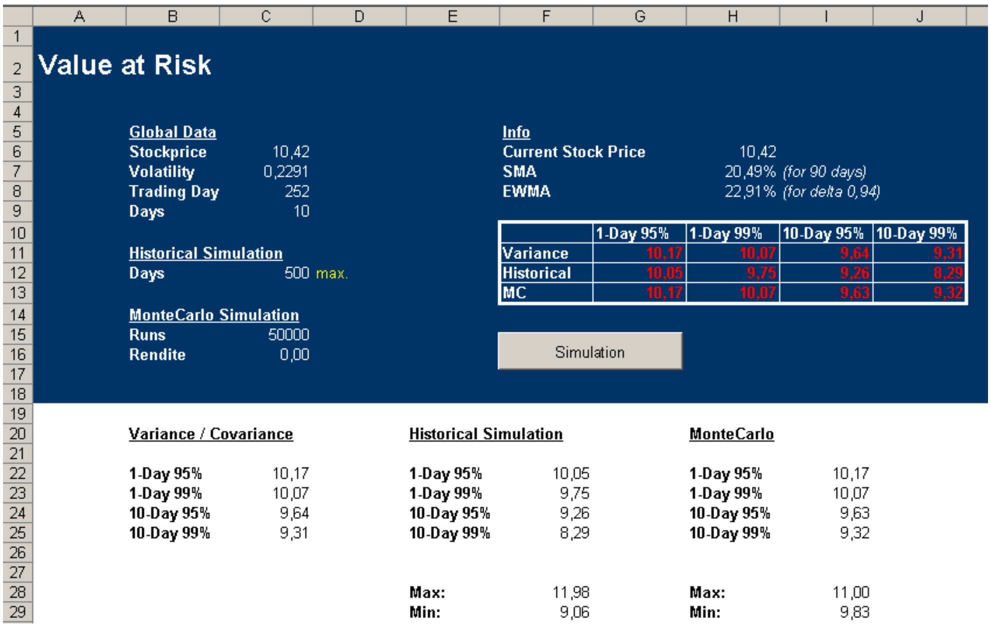


Abbildung 15: Unterschiedliche VaR Berechnung in Excel

Für die Berechnung des VaR wurde für alle Verfahren von einer Volatilität von 22,91 % ausgegangen, welche mittels der EWMA Methode bei einem Delta von 0,94 errechnet wurde. Bezogen auf die Historische Simulation wurden die letzten 500 Tage berücksichtigt. Für die VCA Berechnung wurde das 95% und 99% Vertrauenslevel durch die Excelfunktion „STANDNORMINV()“ ermittelt, welche einen genaueren Wert liefert als die gerundeten Werte 1,64 bzw. 2,33, welche man durch Ablesen aus der Tabelle der Standardverteilung im Ahnhang erhält. Für die MC Simulation wurden 50,000 Simulationsläufe gewählt. Die Rendite für die MC Simulation wurde auf 0% gesetzt. Bei allen drei Verfahren wurde der 95% und 99% VaR für den nächsten Tag berechnet. Der 10 Tages VaR wurde bei allen Verfahren durch die Multiplikation des 1-tägigen VaR mit der Wurzel aus 10 ermittelt.

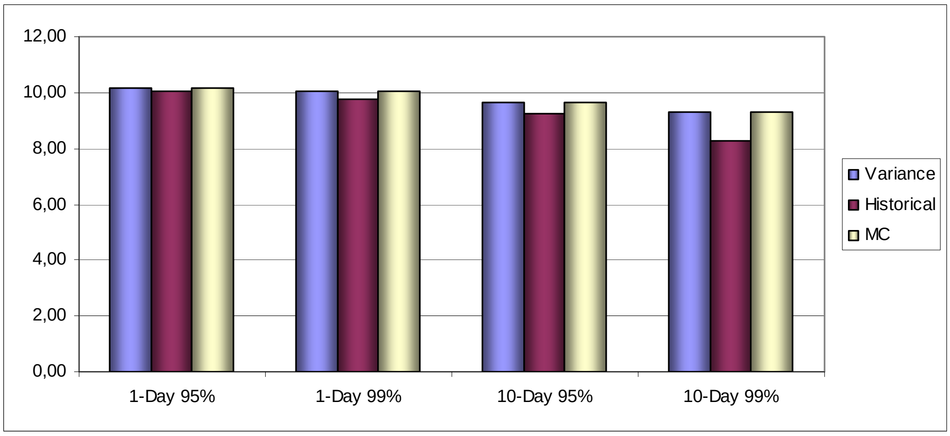


Abbildung 16: Unterschiede der Ergebnisse nach verwendeten VaR Verfahren

	1-Tag VaR / 95%	1-Tag VaR / 99%	10-Tag / bei 95%	10-Tag / bei 99%
Varianz-Covarianz	10,17	10,07	9,64	9,31
Historische	10,05	9,75	9,26	8,29
Monte Carlo	10,17	10,07	9,63	9,32

Tabelle 4: Ergebnisse der unterschiedlichen VaR Verfahren

Es lässt sich feststellen, dass die Werte der Historischen Simulationen von den beiden anderen Verfahren abweichen. Dies ist zum einen auf den unterschiedlichen Ansatz der Verfahren zurückzuführen. Die Historische Simulation geht nicht von einer Normalverteilung aus, wie dies bei VCA und MC der Fall ist, sondern wird in diesem Verfahren die Verteilung auf Basis der letzten x Tage gebildet. Auch fließen bei der Historischen Simulation 500 Tage aus der Vergangenheit ein, wohingegen die Volatilität für VCA und MC nicht auf Basis derselben Anzahl von Tagen gebildet wird. Daher weißt die Historische Simulation in diesem Fall negativere Werte auf als die beiden anderen Verfahren. In Zahlen war bei dieser Simulation der maximal negativste Wert 9,06 im Vergleich zu 9,83 bei der MC Simulation deutlich größer. Gleiches gilt ebenfalls für den maximal positivsten Wert von 11,98 zu 11,00 bei der MC Simulation.

Interessant erscheinen die beinahe identischen Ergebnisse der VCA und MC Simulation, welche aber durchaus richtig sind, wird doch mittels der MC Simulation nichts anderes als eine Normalverteilung simuliert. Daraus ergibt sich, dass wenn die MC Simulation mit genügend ausreichenden Läufen simuliert wird, die Werte sich denen des VCA-Verfahrens annähren werden.

Mit Bezug auf den VCA-Ansatz und die MC Simulation lässt sich daher folgendes Statement belegen:

„Zu 99% wird die DTAG Aktie am nächsten Tag nicht mehr als 0,35 Cent an Wert verlieren“

Bei der Historischen Simulation wäre dies hingegen:

„Zu 99% wird die DTAG Aktie am nächsten Tag nicht mehr als 0,48 Cent an Wert verlieren“

7 Fazit

Die im Vergleich der drei VaR Verfahren erzielten Ergebnisse dürfen nicht falsch interpretiert werden. Auf den ersten Blick erscheint es, dass sich VCA und MC Simulation zum gleichen Ergebnis führt, was aber nicht generell der Fall ist. Dies ist im betrachteten Fall darauf zurück zuführen, dass der Verlauf eines einfachen Finanzproduktes simuliert worden ist. VCA Verfahren stoßen bei komplexeren Finanzprodukten an ihre Grenzen, wobei MC Simulation gerade erst in komplexen Umgebungen ihre Stärken ausspielen, da sie viel flexibler anwendbar sind und fast jegliche Pay-off Struktur, wie zum Beispiel Optionen mit Knock-Out Grenzen, mit ihnen nachgebildet werden kann.[43] Dennoch bleibt festzuhalten, dass die VaR Berechnung bei Aktien schneller mittels VCA errechnet werden kann, als mit einer MC Simulation, da die Zeit für die Simulation eingespart wird.

Als Problem der MC Simulation kann die Geschwindigkeit angesehen werden, die gerade bei der Berechnung vieler Produkte in einem großen, komplexen Portfolio als nachteilig angesehen werden kann. Geschwindigkeitssteigerungen können hier durch Wechsel von Excel und VBA als Scriptsprache zu einer Compilersprache wie z.B. C erzielt werden.[44] Zudem können die Anzahl der Simulationsläufe durch Varianz-Reduktionsverfahren verringert werden.[45] Ein wichtiger Punkt ist ebenfalls die Nichtdeterminierbarkeit und Geschwindigkeit der Erzeugung der Zufallszahlen. Herkömmliche Rechnersysteme sind deterministische Systeme, daher nicht fähig Folgen von echten Zufallszahlen schnell zu erzeugen,[46] welches die Qualität der

[43] Vgl. Diethart [MC Methoden Finanzwirtschaft 2008], S.27 ff.
[44] Vgl. Vries / Weiß [Grundlagen Programmierung 2009], S. 8
[45] Vgl. Hull [Options, Futures, Derivatives 2009], S. 425 ff.
[46] Vgl. Jud [Lipidmembranen 1998], S.149

Verteilung beeinflusst. Es ist aber dennoch möglich schnelle und nichtdeterminierbare Zufallszahlen mittels spezieller Zusatzhardware zu erzeugen.[47] Die Nachteile einer MC Simulation können daher beseitigt werden, auch unter dem Aspekt, dass die Rechenleistung heutiger Computersysteme immer schneller und günstiger wird.

Es wurde gezeigt, dass die grundlegende VaR Berechnung von Aktien, egal auf welchem Verfahren sie beruhen relativ einfach durchgeführt werden können. Wichtig für die Berechnung VCA und MC Simulation ist die Bestimmung der verwendeten Volatilität. Hier bietet die EWMA Methode in der Praxis den Vorteil, schneller aktualisiert werden zu können als die SMA Methode sowie den Einfluss von aktuelleren Volatilitäten stärker zu gewichten als ältere.[48]

Mit Blick auf die letzte Finanzkrise mag der Einsatz von VaR kritischer zu betrachten sein. Aussagen wie "an airbag that works all the time, except when you have a car accident."[49] tragen dazu bei. Beim Einsatz der gezeigten Methoden muss einem jedoch bewusst sein, dass Daten aus der Vergangenheit verwendet werden, es aber in der Zukunft Entwicklungen geben kann, die bislang für nicht Möglich gehalten wurden. Solche Phenomäne, die bislang als nicht bekannt bzw. unmöglich galten, werden im Allgemein als Black-Swans bezeichnet.[50] Zudem sollte daran gedacht werden, dass die vorgestellten VCA und MC-Verfahren auf der Annahme der Normalverteilung basieren, sich aber gerade Verlustrisiken in den Randbereichen der Verteilung anders darstellen können, welche als Tail-Loss beschrieben werden.[51] Um eine bessere Kontrolle über die erhaltenen Ergebnisse zu bekommen sollten die VaR Ergebnisse mittels Back-Testing, also der Vergleich von prognostizierten zum wirklichen Zustand, ständig überprüft werden. Mit Blick auf die momentane Krise sollten zudem extrem Situationen besser untersucht werden, da VaR doch zu sehr das Risiko eines normal funktionierenden Marktes beschreibt. Hier kann auf sogenannte Stress-Tests zurückgegriffen werden, um Informationen zu erhalten, was beim Eintritt von doch unwahrscheinlichen Situationen passieren könnte.

Es muss generell klar sein, dass VaR oder MC Simulationen nur Tools der Risikomessung sind. VaR Kontrolle und Reduzierung ist zwar ein wesentlicher Punkt

[47] Freitag [Random o.D.], S. 1
[48] Vgl. Hull [Options, Futures, Derivatives 2009], S. 471 ff.
[49] Vgl. Einhorn [GARP 2008], S. 42
[50] Vgl. Taleb [Black Swan 2007], S. 1
[51] Vgl. Hull [Options, Futures, Derivatives 2009], S. 444 ff.

des Risikomanagement, jedoch darf nicht vergessen werden sich Gedanken darüber zu machen, wie zu handeln ist wenn der ermittelte VaR Wert überschritten wird.[52]

[52] Vgl. Kolman / Jorion / Taleb [Roundtable VaR 1998]

8 Literaturverzeichnis

Amaro / Fernandes [Markov Property o.D.]

Joao Amaro de Matos / Marcelo Fernandes, Testing The Markov Property with Ultra-High Frequency Financial Data, o.D. URL: http://fesrvsd.fe.unl.pt/WPFEUNL/WP2004/wp462.pdf (30.10.2009)

Basle [Internal Model 1995]

Basle Committee on Banking Supervision, An Internal Model-Based Approached to Market Risk Capital Requirements, Basel, Schweiz, 1995 URL: http://www.bis.org/publ/bcbs17.pdf?noframes=1 (12.01.2010)

Blanchard / Illing [Makroökonomie 2004]

Oliver Blanchard / Gerhard Illing, Makroökonomie, 3. aktualisierte Auflage, Person Studium, München, 2004

Brealey [Risk and Return 1986]

Richard Brealey, An Introduction to Risk and Return from Common Stocks, 2nd Edition, Cambridge, MIT Press, 1986

Bruderer / Hummler [VaR Vermögensverwaltungsgeschäft 1997]

Otto Bruderer/ Konrad Hummler, Value at Risk im Vermögensverwaltungsgeschäft, Stämpfli Verlag AG Bern, Bern, 1997

Bruns / Meyer-Bullerdiek [Portfoliomanagement 2008]

Christop Bruns / Frieder Meyer-Bullerdiek, Professionelles Portfoliomanagement, Aufbau, Umsetzung und Erfolgskontrolle strukturierter Anlagestrategien., 4. Auflage, Schäffer Poeschel Verlag, Stuttgart, 2008

Diethart [MC Methoden Finanzwirtschaft 2008]

Stefan Diethart, Monte Carlo Methoden in der Finanzwirtschaft, Seminararbeit, Advanced Financial Management, Institut für Finanzmanagement, Abteilung für Betriebliche Finanzierung, Geld- und Kreditwesen, Universität Klagenfurt, 2008, URL: http://www.uni-klu.ac.at/fgk/downloads/
Monte_Carlo_Methoden_in_der_Finanzwirtschaft.pdf (10.11.2009)

Eckey [Statistik II 2006]

Hans-Friedrich Eckey, Skript zur Lehrveranstaltung Statistik II Teil 4, WS 2006/07, Universität Kassel, 2006

Einhorn [GARP 2008]

David Einhorn, Private Profits and Socialized Risk, Global Association of Risk Professionals, June/July 08 Issue 42, 2008

FDIC [Failed Banks 2009]

Federal Deposit Insurance Corporation, Failed Bank List, 2009, URL: http://www.fdic.gov/bank/individual/failed/banklist.html (13.12.2009)

Freitag [Random o.D.]

Rolf Freitag, True hardware random number generators, o.D., URL: http://true-random.com/index.htm (3.1.2010)

Groh [MC Industriell 2007]

Ulrich Groh, Die Monte-Carlo-Methode und ihre Anwendungen in der industriellen Simulation, Mathematisches Institut, Universität Tübingen, 2007 URL: http://www.mathematik.uni-tuebingen.de/mi/studium/kvv/ws0708/grau2.html (9.11.2009)

Hull [Options, Futures, Derivatives 2009]

John C. Hull, Options, Futures and other Derivatives, 7th Edition, Pearson International Edition, New Jersey, 2009

Jorion [VaR Controlling Market Risk 1997]

Philippe Jorion, Value at Risk, The New Benchmark for Controlling Market Risk, The MCGraw-Hill Companies Inc., Chicago, 1997

Jud [Lipidmembranen 1998]

Andreas Jud, Monte-Carlo-Simulation einer Überstruktur auf Lipidmembranen, Inauguraldissertation zur Erlangung der Doktorwürde des Fachbereichs Physik der Freien Universität Berlin, Freie Universität Berlin, Berlin, 1998 Url: http://www.diss.fu-berlin.de/diss/servlets/MCRFileNodeServlet/FUDISS_derivate_000000000062/10_kap10.pdf (30.12.2010)

Kolman / Jorion / Taleb [Roundtable VaR 1998]

Joe Kolman / Michael Onak / Philippe Jorion / Nassim Taleb / Emanuel Derman / u. w., Derivatives Strategy, Roundtable the limits of VaR, 1998 URL: http://www.derivativesstrategy.com/magazine/archive/1998/0498fea1.asp (30.12.2009)

Lêger [MC Newbies 2006]

Simon Lêger, Monte Carlo for Newbies, New York University, 2006, URL: http://homepages.nyu.edu/~sl1544/MonteCarloNulsEn.pdf (20.12.2009)

Lukas / Neundorf [Mathematische Grundlagen II 2009]

Klaus Lukas / Carsten Neundorf, Mathematische Grundlagen II, Script zur Vorlesung Gesamtbanksteuerung, WS 2009/10, Universität Kassel, 2009, URL: http://www.gesamtbanksteuerung.info/WS0910/2009_10%20WS%20Vorlesung%2003%20-%20Mathematische%20Grundlagen%20II.pdf (15.10.2009)

Lukas / Walter [Risikotragfähigkeit 2009]

Klaus Lukas / Bernd Walter, Risikocontrolling / Risikotragfähigkeit, Script zur Vorlesung Gesamtbanksteuerung, WS 2009/10, Universität Kassel, 2009, URL: http://www.gesamtbanksteuerung.info/WS0910/2009_10%20WS%20Vorlesung%2001%20-%20Einfuehrung%20Risikocontrolling.ppt (30.10.2009)

Manganelli / Engle [VaR Finance 2001]

Simone Manganelli and Robert F. Engle, Value at Risk Models in Finance, European Central Bank, Working Paper Series, Working Paper No. 75, August 2001, URL: http://www.ecb.int/pub/pdf/scpwps/ecbwp075.pdf (30.11.2009)

Mishkin / Eakins [Financial Markets 2009]

Frederic S. Mishkin / Stanley G. Eakins, Financial Markets and Institutions, Sixth Edition, Pearson Prentice Hall, Boston, 2009

Neftci [Mathematics Derivatives 2000]

Salih Neftci, An Introduction to the Mathematics of Financial Derivatives, 2nd Edition, New York, Academic Press, 2000

Johnson / Kotz / Balakrishnan [Distributions 1995]

Norman L. Johnson / Samuel Kotz / N. Balakrishnan, Continuous Univariate Distributions Vol. 2, 2nd Edition, Wiley Series in Probability and Statistics, John Wiley & Son, New York, 1995

NYSE [Trading Days 2009]

New York Stock Exchange, NYSE Numbers of Trading Days 2009, New York, 2009, URL: http://www.nyse.com/pdfs/tradeday_09.pdf (14.11.2009)

Stöttner [Finanzmarkanalyse 2009]

Reiner Stöttner, Skript zur Kapitalmarktanalyse, Vorlesung Technische Finanzmarktanalyse, WS2009/2010, Universität Kassel, 2009, URL: http://cms.uni-kassel.de/unicms/fileadmin/groups/w_030109/Lehre/Kapitalmarktanalyse/technischefinanzmarktanalyse.pdf (01.12.2009)

Taleb [Black Swan 2007]

Nassim Nicholas Taleb, The Black Swan, The Impact of the Highly Improbable, The New York Times, New York, 2007, URL: http://www.nytimes.com/2007/04/22/books/chapters/0422-1st-tale.html?_r=1&ex=1178769600&en=bdae1078f2b4a98c&ei=5070 (Stand: 10.01.2010)

Vries / Weiß [Grundlagen Programmierung 2009]

Andres de Vries / Volker Weiß, Grundlagen der Programmierung, Vorlesungsskript für Wirtschaftsinformatiker des ersten Semesters, Fachhochschule Südwestfalen, FB Technische Betriebswirtschaft, Hagen, 2009 URL: http://www3.fh-swf.de/fbtbw/devries/download/java.pdf (3.1.2010)

Zangari/ Spencer [RiskMetrics 1997]

Peter Zangari / Martin Spencer, J.P. Morgan/Reuters RiskMetrics Monitor Fourth Quarter 1997, New York, 1997

9 Anhang

9.1 Standardnormalverteilungstabelle

	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
4	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

Tabelle 5: Standardnormalverteilungstabelle